

7universum.com
UNIVERSUM:
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

UNIVERSUM:
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Научный журнал
Издается ежемесячно с декабря 2013 года
Является печатной версией сетевого журнала
Universum: технические науки

Выпуск: 4(121)

Апрель 2024

Часть 3

Москва
2024

УДК 62/64+66/69

ББК 3

U55

Главный редактор:

Ахметов Сайранбек Махсутович, д-р техн. наук;

Члены редакционной коллегии:

Алланиязов Гуломжон Шерниязович, д-р философии техн. наук;

Горбачевский Евгений Викторович, канд. техн. наук;

Демин Анатолий Владимирович, д-р техн. наук;

Дехканов Зульфикахар Киргизбаевич, д-р техн. наук;

Звездина Марина Юрьевна, д-р физ.-мат. наук;

Ким Алексей Юрьевич, д-р техн. наук;

Козьминых Владислав Олегович, д-р хим. наук;

Ларионов Максим Викторович, д-р биол. наук;

Манасян Сергей Керопович, д-р техн. наук;

Мажидов Кахрамон Халимович, д-р наук, проф;

Мартышкин Алексей Иванович, канд. техн. наук;

Мерганов Аваз Мирсултанович, канд. техн. наук;

Пайзуллаханов Мухаммад-Султанхан Саидвалиханович, д-р техн. наук;

Радкевич Мария Викторовна, д-р техн. наук;

Романов Андрей Александрович, спец. по направлению гидрогеология и инженерная геология;

Серегин Андрей Алексеевич, канд. техн. наук;

Старченко Ирина Борисовна, д-р техн. наук;

Усманов Хайрулла Сайдуллаевич, д-р техн. наук;

Юденков Алексей Витальевич, д-р физ.-мат. наук;

Tengiz Magradze, PhD in Power Engineering and Electrical Engineering.

U55 Universum: технические науки: научный журнал. – № 4(121). Часть 3., М., Изд. «МЦНО», 2024. – 72 с. – Электрон. версия печ. публ. – <http://7universum.com/ru/tech/archive/category/4121>

ISSN : 2311-5122

DOI: 10.32743/UniTech.2024.121.4

Учредитель и издатель: ООО «МЦНО»

ББК 3

© ООО «МЦНО», 2024 г.

Содержание

Статьи на русском языке	4
Машиностроение и машиноведение	4
ОЦЕНКА КУЧНОСТИ ПРИ СТРЕЛЬБЕ ПО МИШЕНЯМ ИЗ СПОРТИВНОЙ ВИНТОВКИ. ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПРАКТИКЕ СТРЕЛКОВОГО СПОРТА Богословский Владимир Николаевич Кадомкин Виктор Викторович Жуков Игорь Геннадьевич	4
ПОКАЗАТЕЛИ КУЧНОСТИ СПОРТИВНОЙ И ОХОТНИЧЬЕЙ ВИНТОВКИ. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР Богословский Владимир Николаевич Кадомкин Виктор Викторович Жуков Игорь Геннадьевич	29
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАССЕЙВАНИЯ ПРОБОИН И ПОКАЗАТЕЛИ КУЧНОСТИ ПРИ СПОРТИВНОЙ СТРЕЛЬБЕ ПО МИШЕНЯМ. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР Богословский Владимир Николаевич Кадомкин Виктор Викторович Жуков Игорь Геннадьевич	45
ПРИМЕНЕНИЕ МАГНИТОДИНАМИЧЕСКОГО МЕТОДА ДИАГНОСТИКИ В АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ С КОРОТКОЗАМКНУТЫМ РОТОРОМ ДЛЯ РАННЕГО ОБНАРУЖЕНИЯ ПОДШИПНИКОВЫХ ДЕФЕКТОВ Хамидов Отабек Рустамович Вахидов Мираброр Хусан угли	63
ВЛИЯНИЕ ОХЛАЖДЕНИЯ В РАСТВОРЕ ПОЛИМЕРА НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЫСОКОМАРГАНЦОВИТОЙ СТАЛИ Эргашев Махмуд Садуллаев Зарип Шарифович Хожибекова Шохиди Миродиловна	67

СТАТЬИ НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

DOI - 10.32743/UniTech.2024.121.4.17326

ОЦЕНКА КУЧНОСТИ ПРИ СТРЕЛЬБЕ ПО МИШЕНЯМ ИЗ СПОРТИВНОЙ ВИНТОВКИ.
ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПРАКТИКЕ СТРЕЛКОВОГО СПОРТА**Богословский Владимир Николаевич***д-р техн. наук,
РФ, г. Москва
E-mail: ynbog@mail.ru***Кадошкин Виктор Викторович***канд. техн. наук,
доц. кафедры «Информационно-аналитические системы кибербезопасности»,
Российский технологический университет МИРЭА,
РФ, г. Москва***Жуков Игорь Геннадьевич***двукратный чемпион Европы по бенчресту,
РФ, г. Новосибирск*ACCURACY ASSESSMENT WHEN SHOOTING AT TARGETS WITH A SPORTS RIFLE.
APPLICATION OF STATISTICAL METHODS IN SHOOTING SPORTS PRACTICE**Vladimir Bogoslovskii***Doctor of Technical Sciences,
Russia, Moscow***Viktor Kadomkin***Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor of the Department of Information Security,
Russian Technological University MIREA,
Russia, Moscow***Igor Zhukov***Two-time European champion in benchrest,
Russia, Novosibirsk*

АННОТАЦИЯ

Описан подход и методика оценки кучности при стрельбе из спортивной винтовки по мишеням. Приведены практические примеры использования данных о кучности в тренировочном процессе. Статья полезна спортсменам, занимающимся стрелковым спортом, охотникам, а также всем любителям высокоточной стрельбы из нарезного оружия, хорошо знакомым с теорией вероятности и математической статистикой.

Работа выполнена в интересах спортивного стрелкового сообщества по инициативе и на собственные средства авторов на основе открытых источников информации.

ABSTRACT

The approach and methodology for evaluating accuracy when shooting from a sports rifle at targets are described. Practical examples of using accuracy data in the training process are given. The article is useful for athletes engaged in shooting sports, hunters, as well as all fans of high-precision shooting from rifled weapons.

The work was carried out in the interests of the sports shooting community on the initiative and at the authors' own expense on the basis of open sources of information.

Ключевые слова: метод оценки кучности спортивной винтовки, показатели кучности, тренировочный процесс.
Keywords: the method of evaluating the accuracy of a sports rifle, accuracy indicators, training process.

Незнание кучности своей спортивной винтовки делает бессмысленным участие стрелка в соревнованиях, поскольку он не сможет определить, на какой результат рассчитывать, не сможет понять, вызваны ошибки в стрельбе плохой кучностью винтовки, собственными ошибками или другими факторами. Известно, что для оценки кучности нужно отстрелять в соответствующих условиях определенное количество выстрелов в одну мишень с одной точкой прицеливания или определенное количество групп в разные мишени с каким-то количеством выстрелов в каждой группе [1, 9]. Опираясь на правильно полученную оценку кучности при обработке координат пробойн на мишени, можно быть уверенными в том, что она повторится в будущих тренировках и соревнованиях, и наоборот, ошибочная или неполная оценка наверняка приведет к непредсказуемым результатам. Однако не все спортсмены понимают, какими показателями, какими их параметрами и по какому алгоритму оценивать полную характеристику кучности, чтобы надежно прогнозировать результаты стрельбы на ее основе. При всей видимой очевидности и большой практике в этом вопросе достаточно нюансов.

Предметом наших исследований являлось обоснование выбора показателей кучности для разных целей, оптимального количества групп и количества выстрелов в группе, необходимых для оценки кучности, схем и алгоритмов оценки кучности, а также изучение способов использования полученных данных о кучности на тренировках и в соревнованиях.

Практикой определились оптимальные группы для различных задач оценки кучности. К ним относятся настройка спортивной винтовки на экстремальную кучность, стрельба на кучность, стрельба на точность (на очки), стрельба по гонгу на попадание первым выстрелом и т. п.

Настройка винтовки как правило ведется группами по 3 выстрела, реже по 4 или 5 [2]. Это обусловлено тем, что при настройке винтовки нужно пройти достаточно большое количество шагов по навеске и глубине посадки пули, нередко более 20 точек [3]. Чтобы истратить на это разумное количество патронов, не более 60–80, нужно выбирать между количеством пройденных точек и числом выстрелов в группе в каждой точке. В результате после настройки винтовки имеем 2, реже 3 группы по 3 выстрела на кучной полке [3]. Достаточно ли этого для точной оценки кучности по ним? Практики считают, что нет и после настройки винтовки на экстремальную кучность делают более точную оценку кучности в одной выбранной точке настройки. То есть, спортсмены считают, что при настройке винтовки группами по 3 выстрела они только определили местоположение кучной полки, а реальную кучность своей настроенной винтовки определяют отстрелом дополнительных групп.

Сколько же нужно сделать групп и сколько должно быть выстрелов в каждой группе, чтобы правильно оценить кучность? Этот вопрос время от времени очень активно обсуждается в стрелковом сообществе спортсменов. Часть стрелков стреляет 3–5 групп по 3, делая 9–15 выстрелов и определяет среднее значение кучности по этим группам. Часть стрелков оценивает кучность как среднее по 2 группам из 5 выстрелов в каждой группе, делая в общей сложности 10 выстрелов [8]. Некоторые стрелки оценивают кучность по 1–3 группам из 10 выстрелов, делая 10–30 выстрелов. В бенчресте результат стрельбы на кучность оценивают как среднее по 5 группам из 5 выстрелов в каждой группе. Однако в трех первых случаях количество групп и число выстрелов в группе всего лишь условные договоренности между стрелками, скорее сложившаяся традиция, найденная практикой оптимальная комбинация, не подтвержденная теорией, а в последнем случае это всего лишь правило подсчета результата в соревнованиях по бенчресту, не требующее объяснений и доказательств правильности оценки кучности. Применяемые на практике методы оценки кучности должны наконец получить теоретическое обоснование, почему именно столько групп и почему именно столько выстрелов в группе, а не иначе, какие еще должны учитываться параметры кучности, кроме среднего значения. Мы задумались над этим вопросом и кажется нашли на него ответ, который излагаем ниже.

В подходе к оценке кучности есть три основных вопроса:

1. Какие параметры показателя кучности необходимо рассчитать, чтобы быть уверенными в правильном прогнозе стрельбы на кучность в будущем;
2. Каким показателем оценивать кучность;
3. Сколько нужно сделать выстрелов в группе и сколько нужно групп, чтобы оценить кучность с необходимой достоверностью.

Ответим последовательно на эти вопросы. Можно выделить следующие параметры по любому из выбранных показателей (экстремальный размер группы, средний радиус точек попаданий и т. п.), рассчитываемые по координатам центров всех пробойн и координате точки прицеливания: кучность одной группы; средняя кучность по нескольким группам; параметры отклонения кучности от среднего значения по нескольким группам (минимальное и максимальное значение кучности, среднее квадратическое отклонение и т. п.); Отклонение выборочного значения средней кучности от истинного значения, вызванное ограниченной статистикой (среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации среднего значения кучности, вызванные ограниченностью числа групп, вероятный диапазон нахождения среднего значения кучности с учетом статистических ошибок). Конечно, можно пользоваться и одним параметром, например только размером одной группы

или средним размером групп, если их несколько. Но тогда потеряется часть важной информации о том, как распределилась кучность групп относительно среднего значения или какая ошибка получилась в определении среднего.

Наиболее часто используемым показателем для оценки кучности в спортивной стрельбе является экстремальный размер группы d [9]. Показатель экстремального размера группы d на практике определяется как максимальный размер группы по краям отверстий, из которого вычитается диаметр пули соответствующего калибра. Оценка кучности одной группы по этому показателю проводится по формуле: $d = \max(d_{ij}) - d_{пули}$, $ij = 1, 2, 3, \dots, m$, где d_{ij} – расстояние между краями двух отверстий с порядковыми

номерами i и j , $d_{пули}$ – диаметр пули, m – количество связей между i -ой и j -ой точками попадания, $i \neq j$, $m = k(k-1)/2$, k – количество точек попадания.

При использовании программ обработки мишенной окружности соответствующего диаметра просто совмещается с контурами пробойны на мишени. На рис. 1 приведена обработка мишени программой SubMOAPro. Группа из 4 выстрелов, дистанция 100 м. Размер группы 0,86 дюйма или 2,18 см. Кучность по экстремальному размеру группы $d=0,75$ MOA, кучность по среднему радиусу группы $R=0,32$ MOA. Точка прицеливания на 12 часов по внутренней части малого круга (черный крестик). СТП смещено относительно точки прицеливания на 0,45 дюйма вправо и на 0,56 дюйма вниз (желтый крестик).



Рисунок 1. Обработка мишени программой SubMOAPro

Оценка среднего значения экстремального размера групп по нескольким группам определяется по формуле:

$$D = \frac{1}{N} \sum_j d_j, \text{ при } j = 1, 2, 3, \dots, N,$$

где: N – количество групп, d_j – размер j -ой группы.

Экстремальный размер групп d распределен в диапазоне от 0 до ∞ несимметрично, что требует расчета параметров такого распределения. Наиболее подходящим теоретическим распределением для экстремального размера группы оказалось обобщенное распределение экстремальных значений (GEV). Плотность такого распределения равна [10]:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} \left(1 + c \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{c}-1} e^{-(1+c \frac{x-\mu}{\sigma})^{-\frac{1}{c}}} & \text{при } x \geq \mu - \frac{\sigma}{c} \\ 0 & \text{при } x < \mu - \frac{\sigma}{c} \end{cases}$$

и

$$f(x) = 0 \text{ при } x < \mu - \frac{\sigma}{c},$$

где: μ – параметр местоположения, σ – параметр масштаба, c – параметр формы.

В работе [5] показано, что функция $f(x)$ с ростом числа групп быстро приближается к нормальному распределению. Это позволяет упростить расчет среднего квадратического отклонения, применив формулу для нормального распределения. В приближении к нормальному закону распределения кучности оценка рассеивания кучности может быть сделана с помощью среднего квадратического отклонения кучности σ_d , которое рассчитывается по формуле:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_j (D - d_j)^2}.$$

Более строгий подход основан на учете несимметричности реального распределения экстремального размера групп при их малом числе.

При заданном числе выстрелов в группе среднее D и среднее квадратическое отклонение σ_d экстремального размера групп оказываются статистически связаны (рис. 1), хотя эта связь сложнее, чем в распределении Рэлея (см. ниже), учитывая, что это распределение зависит от трех параметров и, следовательно, имеет больше степеней свободы. Факт связи этих величин можно использовать для моделирования следующих групп, используя только выборочное среднее D без оценки каждый раз

выборочного значения параметра σ_d . Стрелки привыкли использовать только один параметр кучности – среднее значение, например, среднее значение экстремального размера группы D . В этом случае за кадром остается информация о распределении кучности групп вокруг среднего значения. Используя параметры D и σ_d для заданного числа выстрелов в группе, мы можем моделировать вероятные цепочки значений кучности (рис. 12б). Феномен линейной связи средней кучности D со средним квадратическим отклонением σ_d отдельных групп дает основание брать одинаковый коэффициент вариации для

данного числа выстрелов в группе при известном среднем значении, что значительно упрощает расчет отклонений кучности групп от средней кучности. Например, для числа выстрелов в группе, равном 3, отношение σ_d/D примерно равно 40% независимо от абсолютного значения средней кучности, 0,1 MOA или 1 MOA или какое еще, а при числе выстрелов в группе, равном 10, оно равно 20% (рис. 2а) также независимо от абсолютного значения средней кучности D . С ростом числа выстрелов в группе отношение σ_d/D уменьшается (рис. 2).

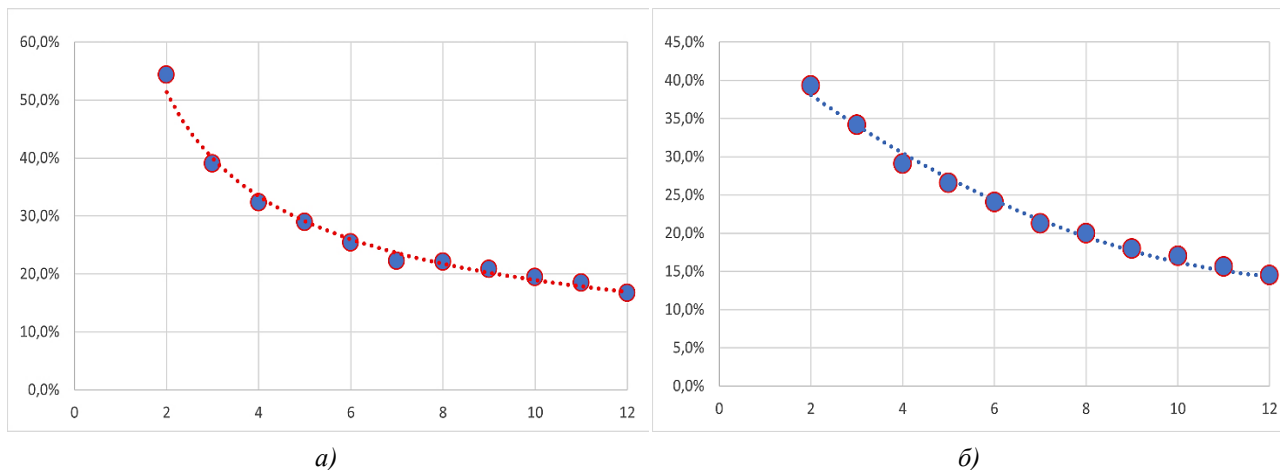


Рисунок 2. Зависимость отношения среднего квадратического отклонения к средней кучности от числа выстрелов в группе; а - σ_d/D , б - σ_R/R_{cp} . Значения D , σ_d , R_{cp} и σ_R получены по результатам моделирования 100 групп в каждой точке

Теоретическим значением σ_d можно также пользоваться для выводов, были ли размеры групп вызваны отрывами или это обычный статистический разброс координат пробоев. Если выборочное значение σ_d значительно превышает его теоретическое значение, можно предполагать, что это результат отрывов отдельных пробоев на мишени и проводить перестрелку групп с отрывами.

Причины широкого применения экстремального размера группы для оценки кучности очевидны. Нужно всего лишь точно измерить размер группы по краям пробоев и вычистить из него диаметр пули, при этом не пытаясь определить центры всех пробоев, особенно при очень кучной стрельбе большими группами, когда на мишени вместо отдельных пробоев образуется большая общая дыра, и не задумываясь о законе распределения пробоев.

Наряду с такими очевидными достоинствами, как простота расчета, ясность трактовки кучности и отсутствие проблем оценки при очень высокой кучности, экстремальный размер группы имеет и недостатки. Одним из них является сильная зависимость значения кучности от случайного отрыва точки попадания от основной группы. Вторым недостатком является его низкая информативность при большом количестве выстрелов, поскольку он содержит информацию только о двух наиболее удаленных друг от друга точках попадания. Третий недостаток связан с тем, что значение кучности по этому показателю зависит от числа выстрелов в группе (рис. 3, синяя линия).

Указанных недостатков лишен такой показатель кучности, как средний радиус группы R , который меньше зависит от случайных отрывов, учитывает информацию обо всех точках попадания, а не только о двух крайних, и не зависит от числа выстрелов в группе (рис. 3 красная линия). Средний радиус группы R определяется следующим образом. По одному из известных правил определяется средняя точка попадания (СТП), затем от нее определяется расстояние до центра каждого отверстия R_i и находится среднее от этих размеров.

Оценка кучности одной группы по этому показателю проводится по формулам:

$$R = \frac{1}{n} \sum_i r_i ; \text{ при } i = 1, 2, 3, \dots, n,$$

где: r_i – расстояние между выборочным СТП и центром i -ой точки попадания. При стрельбе группами с одной точкой прицеливания можно наложить все точки попадания на одну мишень и вычислить общую кучность, а можно рассчитать кучность каждой группы и найти среднюю кучность. Оценку средней кучности показателя R по нескольким группам можно определить по формуле:

$$R_{cp} = \frac{1}{N} \sum_i R_j ; \text{ при } j = 1, 2, 3, \dots, n,$$

где: N – количество групп, R_j – кучность j -ой группы.

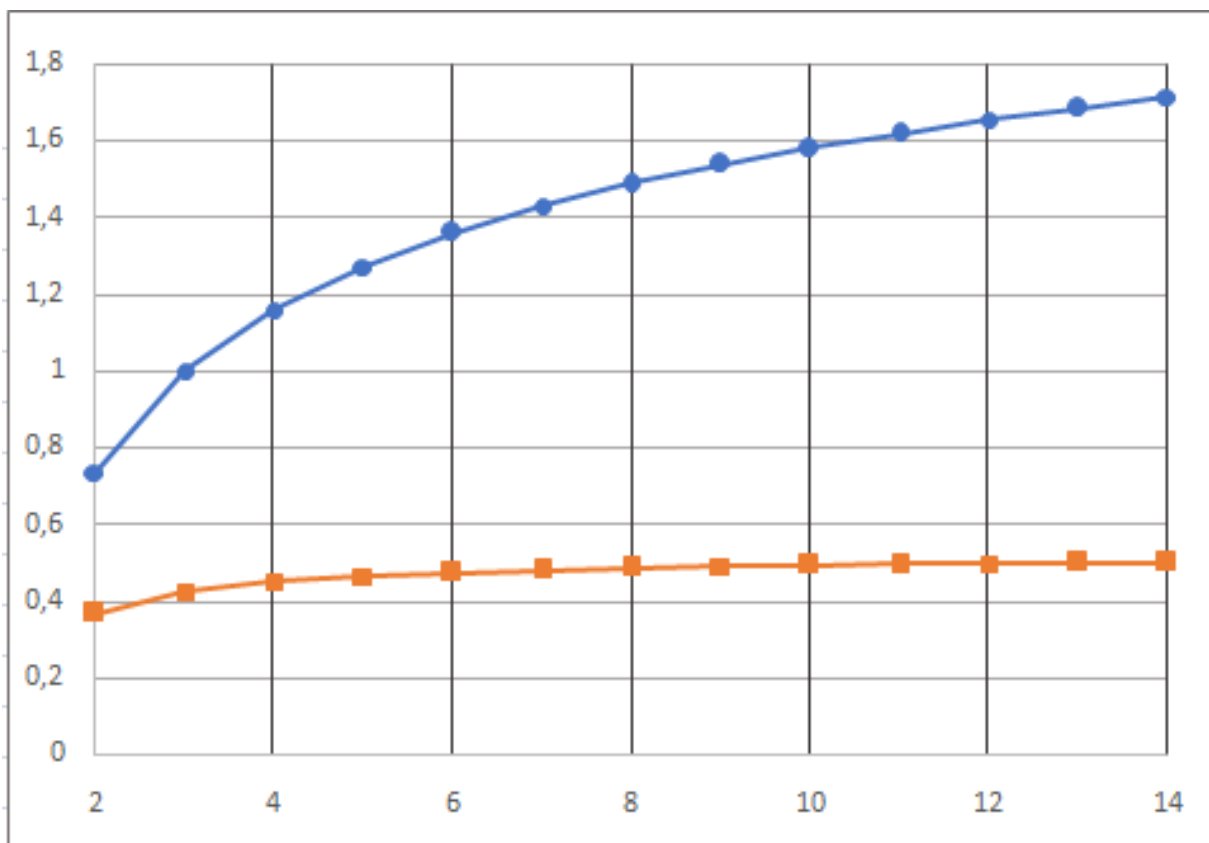


Рисунок 3. Зависимость экстремального размера группы d (синий) и среднего радиуса группы R (красный) от числа выстрелов в группе при одной и той же кучности винтовки

Показатель R , по сути, близок к математическому ожиданию $M(r)$ в распределении Рэлея, но на него, также как на экстремальный размер группы, можно и не задавать ограничения в виде закона распределения, если группа на вид симметрична. При наличии нескольких групп в приближении к нормальному закону распределения кучности оценка рассеивания R может быть также сделана с помощью средне-квадратического отклонения кучности σ_R , которое рассчитывается по формуле:

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_j (R_{cp} - R_j)^2}.$$

Более точная оценка основана на учете несимметричности реального распределения среднего радиуса групп при их малом числе.

Если за основу взять распределение Рэлея, то его математическое ожидание $M(r)$ и среднее квадратическое отклонение σ_r связаны между собой через параметр функции Рэлея $\bar{\sigma}$, благодаря чему отношение $\bar{\sigma}_r/M(r)$ является постоянной величиной [5]: $M(r) = 1,253\bar{\sigma}$, $\bar{\sigma}_r = 0,655\bar{\sigma}$, $\bar{\sigma}_r/M(r) = 0,5227 = const$. Вместе с тем, нужно учитывать, что выборочная средняя точка попадания (СТП), от которой отсчитываются радиусы, и центр распределения Рэлея

не совпадают между собой. На практике мы никогда не сможем определить центр распределения Рэлея или истинный центр попадания, потому что всегда знаем только выборочное СТП. По аналогии с распределением Рэлея отношение $\bar{\sigma}_R/R$ также приближается к постоянной величине, отличие учитывается в точном распределении R при заданном числе выстрелов в группе.

Оба рассмотренных показателя (D и R_{cp}) самодостаточны и не требуют для расчета кучности одной группы знания закона распределения пробойн на мишени. Однако он требуется, когда производится расчет средней кучности по нескольким группам, параметров отклонения кучности от среднего значения и интервальных оценок диапазона, в котором находится истинное значение средней кучности.

Лишенный указанных выше недостатков показателя экстремального размера групп d , показатель среднего радиуса групп R имеет другие недостатки, например, требует определения центров точек попадания всех выстрелов, что при очень кучной стрельбе возможно только на электронной мишени, так как в этом случае пробойны каждой пули пересекаются и мишень превращается в одну большую пробойну, в которой найти центр точки попадания каждой пули невозможно (рис. 4). Кроме того, он требует больше операций для вычисления.

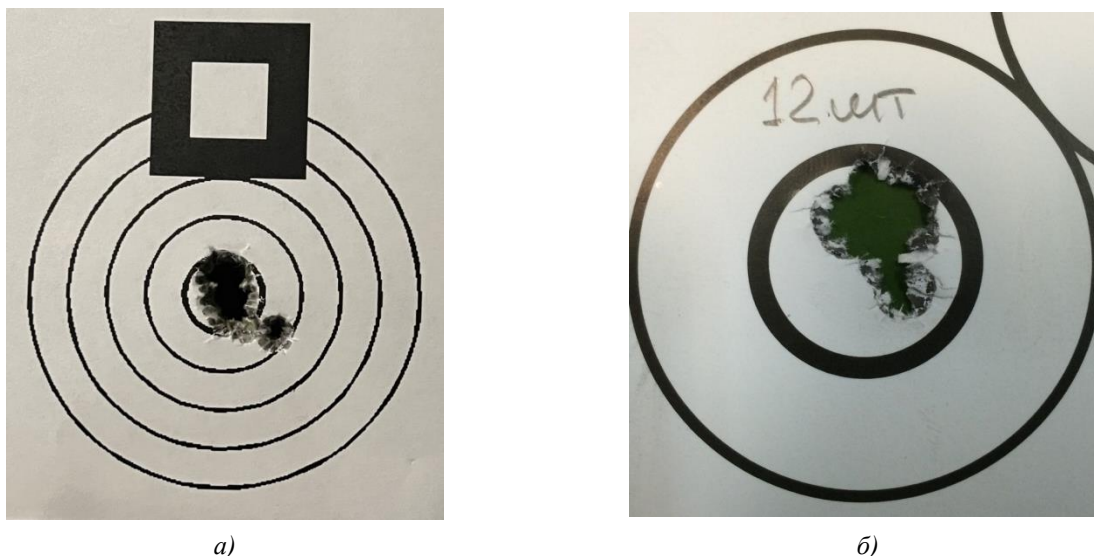


Рисунок 4. Кучные группы по 10 (а) и 12 (б) выстрелов, в которых невозможно определить все центры точек попадания, СТП и вычислить средний радиус группы R

Обзор всех применяемых показателей кучности приведен в другой нашей статье [6], но здесь хотелось бы несколько слов сказать еще об одном показателе. В системе классификации баллистической кучности [13] используется такой показатель кучности, как параметр σ в законе Рэлея. Он включает сумму квадратов радиусов r_i , рассчитываемых относительно центра пробойн, и его выборочное значение определяется по формулам [11]:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N r_i^2, \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N r_i^2},$$

где: N – число выстрелов, r_i – радиус от центра попадания до центра отверстия.

Отметим, еще раз, что истинный центр попаданий не совпадает с выборочным СТП. В отличие от распределения Рэлея, где истинный центр попадания предполагается известным, при стрельбе из реального оружия мы никогда не узнаем истинный центр попадания и вместо этого вынуждены будем использовать центр выборки (СТП), от которого и будут рассчитываться значения радиусов r_i . Соответственно, выборочное значение $\hat{\sigma}$ будет также отличаться от параметра σ в распределении Рэлея, приближаясь к нему с ростом числа выстрелов. Математическое ожидание $M(r)$, которое является аналогом среднего радиуса R в законе Рэлея, определяются через параметр σ (наивероятнейший промах) по формуле [5]:

$$M(r) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma = 1,253\sigma.$$

Таким образом, можно поставить приблизительный знак равенства в выражениях:

$$R = M(r)$$

или

$$R = \frac{1}{n} \sum_i R_i = 1,253 \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_j r_j^2}.$$

При увеличении числа выстрелов n равенство улучшается.

Среднее квадратическое отклонение в законе Рэлея вычисляется через параметр σ по формулам:

$$D(r) = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma^2$$

или

$$D(r) = \frac{4-\pi}{2} \sigma^2 = 0,429 \sigma^2, \sigma_r = \sqrt{D(r)} = 0,655 \sigma.$$

Параметр σ — это интересный, на наш взгляд, показатель кучности, он достоин отдельной статьи, в том числе потому, что многие другие показатели кучности вычисляются через него.

Хотя применяемых на практике показателей кучности еще около десятка [4, 6, 14], далее в данной статье мы решили ограничиться анализом двух наиболее часто применяемых - d и R , а показатель σ просто упомянули, потому что мало кто о нем знает.

Обычно оценкой кучности одной группы или средней кучности нескольких групп стрелки заканчивают анализ стрельбы на кучность. Но мы решили пойти дальше и посмотреть, что из этого выйдет. Кучность одной группы или среднее значение кучности по нескольким группам на самом деле неполно описывает информацию о кучности групп. Это обусловлено довольно большими отклонениями кучности групп от среднего значения и ограниченностью данных. Минимальное и максимальное значения кучности при стрельбе несколькими группами в большинстве случаев сильно отличаются, что вызывает удивление и недовольство стрелков, которые ожидают высокой повторяемости кучности, думая, что это логично. Мы сделали оценки и получили, что обычно при стрельбе 10 группами по 3 выстрела в группе минимальное и максимальное значение экстремального размера групп отличается в среднем примерно в 4 раза, при стрельбе 5 группами по 5 выстрелов в группе – в 2 раза [7]. Это довольно большое различие, которое делает необходимым учет величины отклонения кучности от среднего значения для прогнозирования

кучности следующих групп. Понимание этого вопроса во многом устраняет ошибочную трактовку стрелком результатов стрельбы на кучность, когда он лучшие группы считает удачей, а в худших видит отрывы и свои ошибки. На самом деле отличие групп по кучности в 2–4 раза определяется статистическими законами рассеяния точек попадания. Поэтому кроме значения средней кучности необходимы показатели рассеяния кучности вокруг этого среднего значения. Таким образом, по нашему мнению, оценка среднего значения кучности D , R_{cp} должна быть дополнена средним квадратическим отклонением кучности σ_d , σ_R . Как мы писали, для этого не обязательно делать сложные вычисления, достаточно среднее значение умножить на соответствующий числу выстрелов в группе коэффициент (рис. 2). Например, если средняя кучность равна $D = 0,5 \text{ MOA}$, а число выстрелов в группе равно 5, то $\sigma_d = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15 \text{ MOA}$. Применяя правило трех сигм, можно оценить, что при средней кучности $0,5 \text{ MOA}$ значения кучности отдельных групп будут располагаться в диапазоне $(0,35-0,65) \text{ MOA}$ с вероятностью 68,3%, в диапазоне $(0,2-0,8) \text{ MOA}$ с вероятностью 95,5% и в диапазоне $(0,05-0,95) \text{ MOA}$ с вероятностью 99,7%. То есть, высокий разброс кучности отдельных групп относительно среднего значения кучности вызван не ошибками стрелка, а статистическими характером выстрелов.

Далее мы изучили важный вопрос о точности оценки среднего значения кучности. Оценки средней кучности одним числом при наличии нескольких групп называют точечными [5]. Из статистики известно [12], что при малом числе групп возникает интервал неопределенности, в котором находится истинное значение средней кучности, потому что при малом количестве групп выборочная точечная оценка средней кучности будет определена с большой ошибкой. Величина этой ошибки зависит от количества групп, использованных для оценки кучности,

и от числа выстрелов в каждой группе. Смысл интервальной оценки состоит в том, что при ограниченном числе групп истинное среднее значение кучности не будет в точности соответствовать полученной выборочной оценке среднего, а будет с определенной вероятностью находиться внутри некоторого интервала, который называют доверительным. Например, если выборочное среднее значение кучности по 5 группам из 5 выстрелов в каждой получено как $D = 0,3 \text{ MOA}$, то на самом деле истинное значение средней кучности D будет находиться в интервале $0,25 \leq D \leq 0,35 \text{ MOA}$ с вероятностью $P = 0,8$ или в большем интервале, если принять большую доверительную вероятность, например, 0,9. Поэтому не нужно удивляться, если при дальнейшей стрельбе средняя кучность получилась не $0,3 \text{ MOA}$, а 0,25, 0,35 или другая в пределах указанного интервала с вероятностью 0,8 или за его пределами с вероятностью 0,2. Чем больше получено групп при стрельбе на кучность, тем уже интервал неопределенности среднего значения (рис. 5). Отсюда следует простой ответ на вечный вопрос, так сколько же нужно групп и сколько выстрелов в группе, чтобы правильно оценить среднюю кучность винтовки? В ответе на этот вопрос мы исходим из того, что количество групп и число выстрелов в группе тесно связаны с величиной ошибки в определении среднего значения кучности. Таким образом, задавая величину ошибки, мы можем выбрать соответствующее ей сочетание количества групп и числа выстрелов в группе, и наоборот, по количеству групп и числу выстрелов в группе мы можем оценить ошибку в определении средней кучности. Знание ошибки в определении среднего значения кучности позволяет оценить реальный диапазон, в котором среднее значение кучности расположено с заданной доверительной вероятностью, определить наихудшие случаи, понять, устраивает ли такая точность в оценке кучности и прогнозировать результаты стрельбы на кучность.

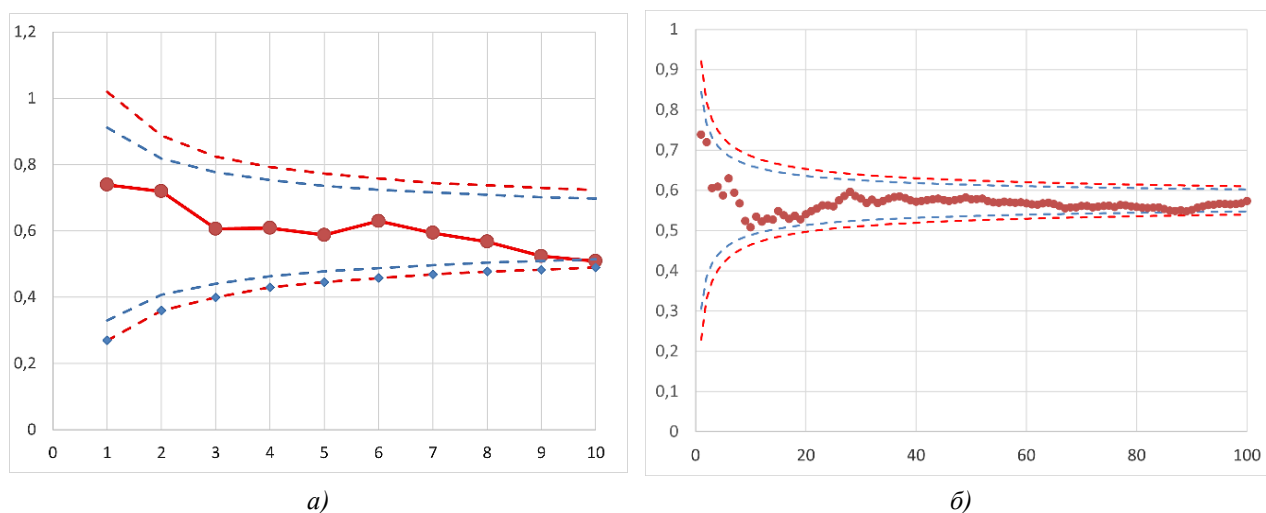


Рисунок 5. Доверительные интервалы неопределенности, в которых находится истинное значение средней кучности, при доверительной вероятности 0,8 (синяя линия) и 0,9 (красная линия); а – количество групп 1-10; б- количество групп 1 – 100.

Линия с точками между доверительными интервалами – выборочные значения средней кучности

Для того, чтобы определить ошибки в оценке среднего значения экстремального размера групп D в зависимости от количества групп и числа выстрелов в группе, моделировали точки попадания на плоскости $\{x; y\}$ в соответствии с двумерным нормальным законом распределения пробойн на мишени и рассчитывали экстремальный размер групп d_j для разного

числа выстрелов в группе. По 10000 реализаций групп при каждом числе выстрелов в группе были определены среднее значение кучности D , стандартное отклонение групп σ_D , стандартное отклонение от среднего значения σ_D и коэффициент вариации $V_D = \sigma_D/D$ в зависимости от количества групп (рис. 6).

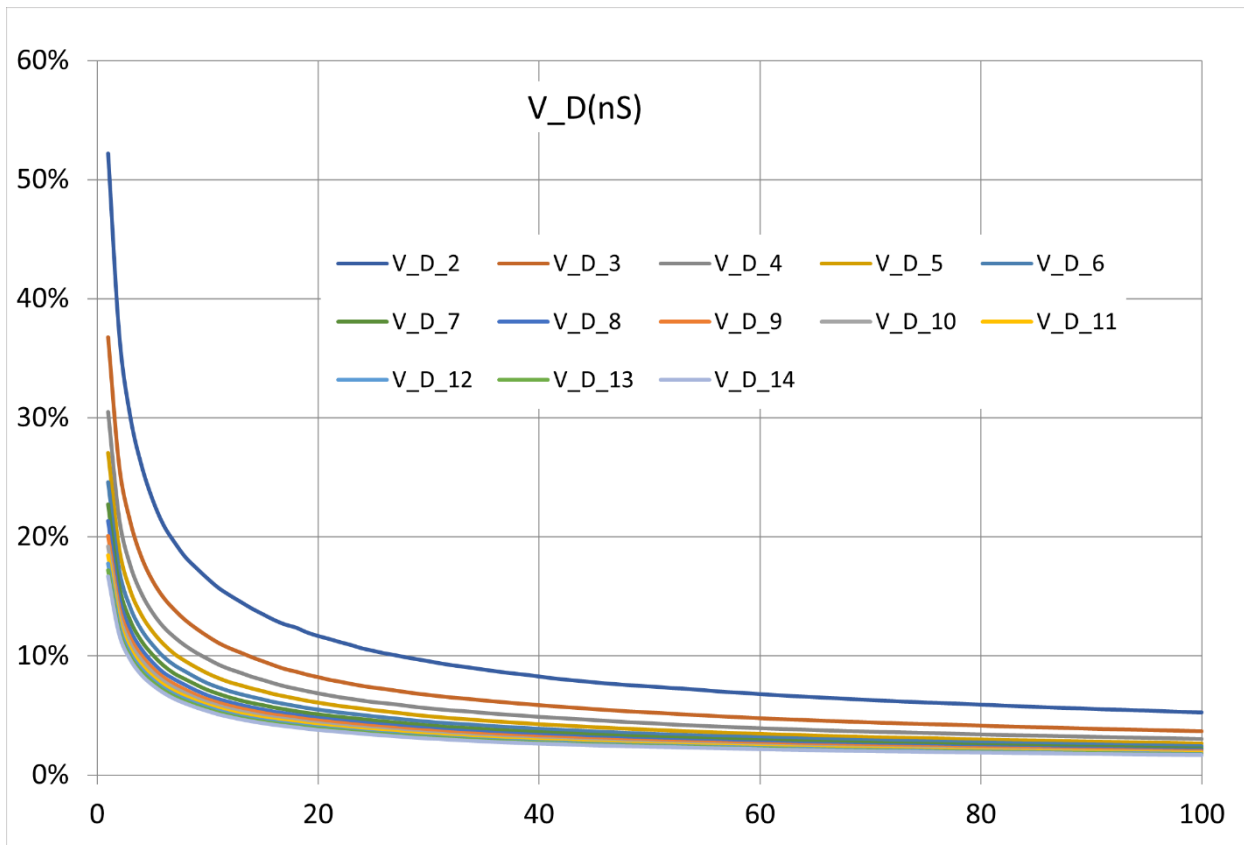


Рисунок 6. Зависимость коэффициента вариации V_D среднего значения D от количества групп при числе выстрелов в группе от 2 до 14 (сверху вниз)

На рис. 6 видно, что коэффициент вариации V_D среднего значения D сильно зависит от количества групп, но при этом он также зависит от числа выстрелов в группе. Когда мы просчитали коэффициент вариации V_D средней кучности в зависимости от общего количества выстрелов, которое является произведением количества групп на число выстрелов в группе, то увидели, что он незначительно зависит от числа выстрелов в группе и сильно зависит от общего числа выстрелов. Из общей зависимости

выпадает график для групп по 2 выстрела в группе, остальные графики практически сливаются. Из этих графиков следует очень важный вывод о том, что ошибка в определении средней кучности в основном связана с общим количеством выстрелов, независимо от того, стреляем мы группами по 3, 5 или 10 (рис. 7). Различия будут вызваны больше не способом оценки, а техникой стрельбы разными группами по разным мишеням.

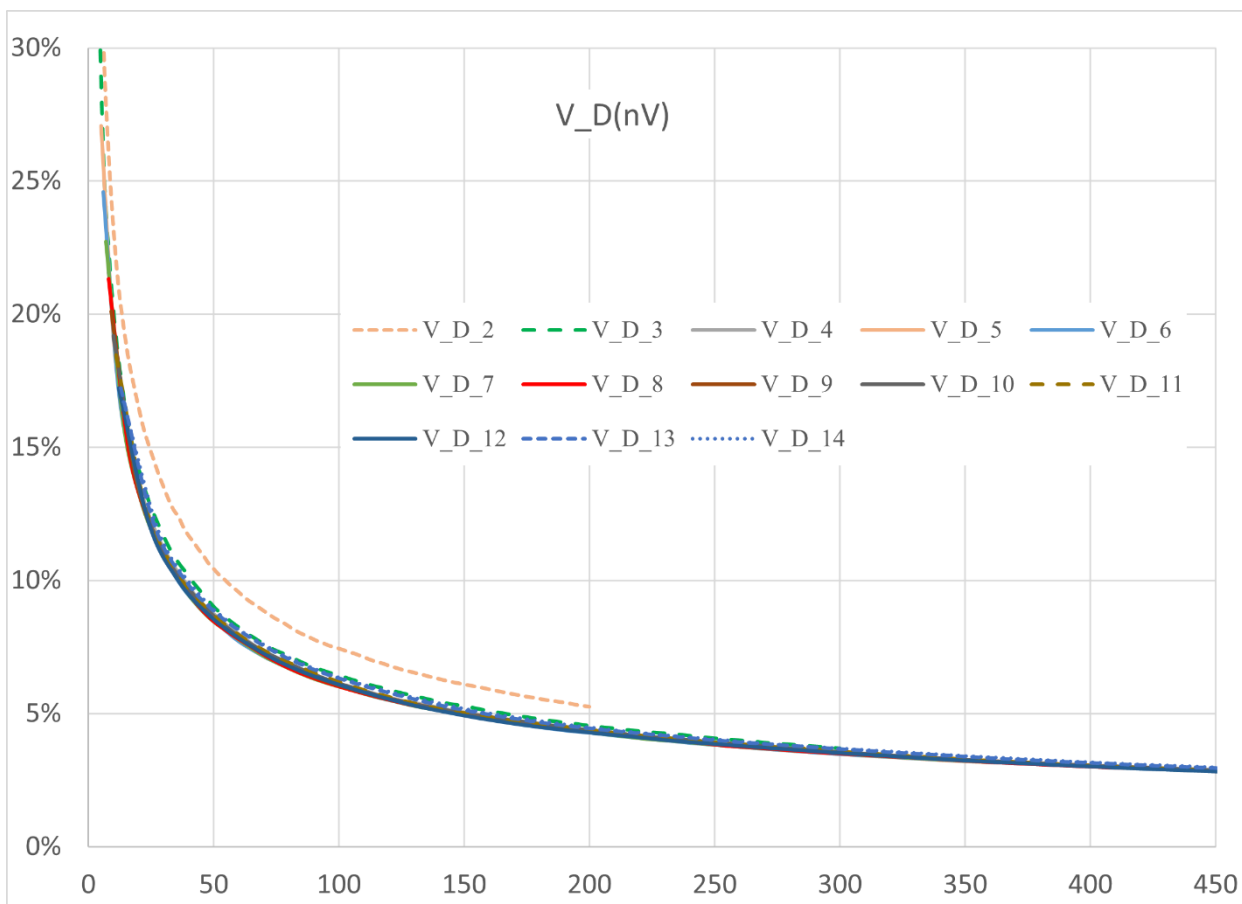


Рисунок 7. Зависимость коэффициента вариации V_D среднего значения D от общего количества выстрелов для разного числа выстрелов (2–14) в группе

Нас, конечно, прежде всего интересовал рабочий диапазон количества выстрелов 3–30, никто не будет тратить 450 патронов для оценки кучности, но мы привели такой широкий диапазон, потому что в процессе тренировок в одинаковых условиях такое количество выстрелов и даже значительно больше постепенно накапливается.

Симметричную интервальную оценку средней кучности, рассчитанной по показателю D , как случайной величины, распределенной по нормальному закону, можно определить по формулам: $(D - k\sigma_D) \leq M_D (\leq D + k\sigma_D)$ или $D(1 - kV_D) \leq M_D \leq D(1 + kV_D)$, где M_D – математическое ожидание средней кучности.

Для заданных значений параметра k , от которого зависит величина доверительного интервала (например, $k = 1,281$ при $p=0,8$; $1,645$ при $p = 0,9$; $1,960$ при $p = 0,95$), были рассчитаны таблицы (табл. 1 – 5), по которым ошибка в оценке средней кучности находится на пересечении количества групп и числа выстрелов в группе. В случае закона, отличного от нормального, рассчитывали несимметричный интервал. Для обеспечения высокой точности таблиц при несимметричном интервале выбирался только верхний интервал, который показывает границу наихудшей кучности с заданной доверительной вероятностью.

При использовании коэффициента вариации для определения границ доверительного интервала необходимо задаться исходным уровнем значимости α .

Для нормального закона распределения коэффициент k соответствует критическому значению с заданным уровнем значимости и может быть найден либо из статистических таблиц для критических точек, либо при использовании пакетов программ статистических расчетов при помощи обратной функции распределения. Например, для расчетов в Excel получаем значение $(-k)$ при вызове функции =НОРМОБР($\alpha/2;0;1$) для левой границы доверительного интервала и значения $(+k)$ при вызове функции =НОРМОБР($1-\alpha/2;0;1$) для правой границы доверительного интервала, где α – уровень значимости, связанный с доверительной вероятностью p уравнением вида $p = 1 - \alpha$.

В табл. 1 приведено необходимое количество групп в зависимости от числа выстрелов в группе и ошибки в определении среднего значения кучности для экстремального размера группы D при доверительной вероятности $p = 0,8$. Табл. 1 позволяет понять, сколько групп нужно отстрелять для достижения требуемой точности, и наоборот, с какой точностью может быть проведена оценка кучности по результатам отстрела определенного количества групп с определенным числом выстрелов в группе. Например, из табл. 1 видно, что, если отстрелять 1 группу по 3 выстрела, ошибка в определении кучности составит 50% при доверительной вероятности 0,8. Это означает, что если экстремальный размер этой группы составил, например, 0,5 МОА,

то истинное значение кучности с доверительной вероятностью 0,8 будет лежать в диапазоне (0,25–0,75) MOA, то есть будет различаться в 3 раза, что, конечно, является неприемлемо плохой точностью. Границы диапазона для ошибки в 50% (0,5) определяются умножением среднего значения кучности 0,5 MOA на множители (1–0,5) и (1+0,5). Если взята 2 группы по 5 выстрелов в группе, (такая схема принята, например, в так называемом «методе Ганзы» 2x5 [7]), то среднее значение кучности будет определено с точностью 25%, или для оценки средней кучности 0,5 MOA истинное значение кучности будет лежать в диапазоне (0,375 – 0,625) MOA, что уже значительно лучше, но все же интервал неопределенности еще достаточно широк, он составляет 0,25 MOA и кучность на его границах отличается в 1,7 раза.

Для еще более высокой точности, например, 10% в соответствии с табл. 1 потребуется отстрелять уже 13 групп по 5, а для оценки средней кучности с точностью 5% - 49 групп по 5. Соответственно, для этих случаев истинное значение кучности будет лежать в диапазонах (0,45 – 0,55) MOA и (0,475 – 0,525) MOA. Однако такое большое количество необходимых групп никто не будет отстреливать, и это показывает, что на практике мы никогда не будем получать точность оценки средней кучности выше 10%. Но необходимое количество выстрелов можно накопить в ходе тренировок в одинаковых условиях. При более высокой доверительной вероятности, например, 0,9, для точности 10% требуется намного больше выстрелов.

Таблица 1.

**Количество групп в зависимости от количества выстрелов в группе
и точности определения значения средней кучности**

Количество групп выстрелов для обеспечения заданной кучности при P=0,8 (параметр D)													
Точность	Выстрелов в группе												
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
50%	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
45%	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
40%	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
35%	4	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30%	5	3	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
27,5%	6	3	3	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1
25%	8	4	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1
22,5%	9	5	4	3	2	2	2	2	2	2	2	1	1
20%	12	6	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2
19%	13	7	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2	2
18%	14	7	5	4	4	3	3	3	2	2	2	2	2
17%	16	8	6	5	4	3	3	3	3	2	2	2	2
16%	18	9	6	5	4	4	3	3	3	3	3	2	2
15%	20	10	7	6	5	4	4	3	3	3	3	3	3
14%	23	12	8	7	6	5	4	4	4	3	3	3	3
13%	27	14	10	8	6	5	5	4	4	4	4	3	3
12%	32	16	11	9	7	6	6	5	5	4	4	4	4
11%	38	19	13	10	9	7	7	6	6	5	5	5	4
10%	45	23	16	13	10	9	8	7	7	6	6	6	5
9%	57	32	20	16	13	11	10	9	8	8	7	7	6
8%		48	25	20	16	14	12	11	10	9	9	8	8
7%		61	32	26	21	18	16	14	13	12	11	11	10
6%			44	34	28	25	22	20	18	16	15	14	14
5%			61	49	40	35	31	28	26	24	22	21	19
4,50%				59	50	43	38	34	31	29	27	26	24
4%					62	54	47	43	38	35	33	32	30
3,50%							61	56	50	46	43	40	38
3%											59	56	53
2,50%													
2%													

Оформив табл. 1, мы начали отвечать на вопрос, сколько групп и какое количество выстрелов в группе нужно для оценки средней кучности. Ответ на этот вопрос зависит от того, какая точность устроит стрелка. Используя табл. 1, мы говорим, что для оценки средней кучности с точностью 25% можно отстрелять 4 группы по 3 выстрела или 2 группы по 5 выстрелов или 1 группу по 10 выстрелов, и это будут равноценные оценки.

Но как выбрать среди них оптимальную комбинацию? Какими группами лучше оценивать кучность – по 3, 5, 10 или другими? Очевидно, преимущество должны получить те группы, которые для достижения требуемой точности оценки кучности потребуют минимального количества выстрелов. Рассмотрим эти комбинации с помощью табл. 2.

Таблица 2.

Общее количество выстрелов в зависимости от количества выстрелов в группе и точности определения значения средней кучности

Точность	Количество выстрелов для обеспечения заданной кучности при P=0,8 (D)												
	Выстрелов в группе												
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
50%	4	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
45%	6	6	8	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
40%	6	6	8	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
35%	8	6	8	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
30%	10	9	8	10	12	7	8	9	10	11	12	13	14
27,5%	12	9	12	10	12	14	8	9	10	11	12	13	14
25%	16	12	12	10	12	14	16	18	10	11	12	13	14
22,5%	18	15	16	15	12	14	16	18	20	22	24	13	14
20%	24	18	16	15	18	21	16	18	20	22	24	26	28
19%	26	21	20	20	18	21	24	18	20	22	24	26	28
18%	28	21	20	20	24	21	24	27	20	22	24	26	28
17%	32	24	24	25	24	21	24	27	30	22	24	26	28
16%	36	27	24	25	24	28	24	27	30	33	36	26	28
15%	40	30	28	30	30	28	32	27	30	33	36	39	42
14%	46	36	32	35	36	35	32	36	40	33	36	39	42
13%	54	42	40	40	36	35	40	36	40	44	48	39	42
12%	64	48	44	45	42	42	48	45	50	44	48	52	56
11%	76	57	52	50	54	49	56	54	60	55	60	65	56
10%	90	69	64	65	60	63	64	63	70	66	72	78	70
9%	114	96	80	80	78	77	80	81	80	88	84	91	84
8%		144	100	100	96	98	96	99	100	99	108	104	112
7%		183	128	130	126	126	128	126	130	132	132	143	140
6%			176	170	168	175	176	180	180	176	180	182	196
5%			244	245	240	245	248	252	260	264	264	273	266
4,50%				295	300	301	304	306	310	319	324	338	336
4%					372	378	376	387	380	385	396	416	420
3,50%							488	504	500	506	516	520	532
3%											708	728	742
2,50%													
2%													

Требуемое количество выстрелов в зависимости от числа выстрелов в группе и заданной точности приведено в табл. 2. Группы, которые обеспечивают минимальное количество выстрелов для заданной точности, в таблице закрашены. Например, при точности 20% минимальное число выстрелов – 15 - дают 3 группы по 5 выстрелов.

Из табл. 2 видно, что из-за дискретности количества выстрелов, обусловленной заданным числом выстрелов в группе, в области низкой точности (25-50%) преимущество в своих диапазонах получают группы по 3, 5, 7, 8, 10 выстрелов. Например, для точности 50% достаточно одной группы из 3 выстрелов, но если группа включает больше 3 выстрелов,

например, 6, 7, 10, то по правилам мы должны отстрелять всю группу, даже если это избыточное количество выстрелов. Мы не можем отстрелять третью или четвертую часть группы, тогда это будет уже другая группа. Позитив в том, что целая группа с избыточным количеством выстрелов даст более высокую точность, например, 1 группа по 10 выстрелов соответствует не только точности 50%, но и точности 25%, но это уже другая история, потому что мы сравниваем группы при одной точности. Можно в зависимости от необходимой точности выбирать соответствующую группу. Например, для точности 30% минимальное количество выстрелов обеспечивает 1 группа по 7, а для точности 25% минимальное количество выстрелов содержат 2 группы по 5 или 1 группа по 10 выстрелов. Однако разумнее в стандартизации оценки кучности остановиться на одной, двух или максимум трех группах, например, группы по 3, 5 или 10 выстрелов. В области высокой точности (2–10%) дискретность числа выстрелов в группе не играет такой роли, для достижения одной и той же точности первенство переходит к группам по 4, 5, 6 и 7, в некоторых зонах минимальное количество выстрелов обеспечивают группы по 8, 9 и 10, но отличие небольшое, за исключением групп по 2 и 3 выстрела. Но точность (2–10%) это не рабочий диапазон из-за того, что для достижения такой точности требуется слишком большое число выстрелов. В рабочем диапазоне точности (10–20%) в лидерство попеременно переходит к группам по 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Отличие в количестве выстрелов при разном числе выстрелов в группе в этой зоне обусловлены больше тем, что количество выстрелов дискретно и кратно числу выстрелов в группе. Например, для достижения точности 20% при стрельбе группами по 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 требуется соответственно 24, 18, 16, 15, 18, 21, 16, 18 и 20 выстрелов. Минимальное количество выстрелов - 15 - дают 3 группы по 5, а остальные группы или дают больше, или они некратны 5, поэтому используется еще одна их избыточная группа. Из-за дискретности количества выстрелов картина меняется, когда мы переходим к другой точности, например, 15%. Минимальное количество (27 выстрелов) набирается в трех сериях по 9, а в остальных группах добавляются избыточные выстрелы. Хотя группы по 3 выстрела тоже могут набрать 27 выстрелов, но в группах по 3 точность 15% достигается только при 30 выстрелах. И так по всей таблице. Группы больше 10 во всей рабочей зоне, как и группы по 2, уступают группам в диапазоне 3–10 выстрелов.

Несмотря на то, что по расчетам группы по 3 формально не имеют никаких преимуществ в зоне рабочей точности (10–20%), по количеству выстрелов, необходимых для достижения требуемой точности, они незначительно отстают от групп-лидеров, поэтому вполне могут использоваться для оценки кучности наряду с другими группами. Другое дело, что нужно учитывать и другие факторы, например необходимость перестройки прицела с каждой новой группой. В этом смысле стрельба на кучность одной серий по 10 или двумя группами по 5 предпочтительнее стрельбы группами по 3. И потом хотелось

бы определиться с одним стандартом, слишком большой выбор тоже плох. Но здесь в дело вмешиваются и другие соображения. Например, всем ли стрелкам будет удобно стрелять в одну мишень 10 раз вместо двух мишеней по 5 или четырех мишеней по 3, если за стандарт принять схему 1x10? Не станет ли нечитаеваемой мишень, если 10 пуль залетят «в одну дыру», пробив в ней одно большое размытое пятно? А если каждый стрелок будет выбирать для себя оптимальную группу по своим соображениям, то в связи с разным количеством выстрелов в группах для показателя экстремального размера группы D выявляется еще одна проблема. Его значение при одной и той же кучности винтовки зависит от количества выстрелов в группе. Например, если кучность для группы из 3 выстрелов взять за 1 MOA , то ей будут соответствовать значения экстремального размера, умноженные на 0,72; 1,16; 1,26; 1,4; 1,5; 1,56 для числа выстрелов в группе 2, 4, 5, 6, 8, 10. Поэтому для сравнения кучности по показателю экстремального размера группы лучше выбирать одинаковую группу, например, 3, 5 или 10. Таким образом, в выбор оптимального числа выстрелов в группе вмешиваются как теоретические, так и практические факторы. Рейтинг групп (табл. 2) показывает, что во всем исследованном диапазоне преимущество имеют группы последовательно по 6, 5 и 7 выстрелов. Для оценки кучности более привычные группы по 5, и они вдобавок являются хорошим компромиссом между большим количеством передвижений ствола на другие мишени в случае числа выстрелов по 3 и разбиванием центра мишени при кучной стрельбе выстрелами по 10. При необходимости можно совместить 2 группы по 5 с одной точкой прицеливания и получить 1 группу по 10. Но для желающих экспериментировать мы показали, что теоретически равноценными являются группы по 3, 4, 6 или 7.

Показатель кучности средний радиус группы R_{cp} при оценке его точности демонстрирует поведение, немного отличающееся от показателя экстремальный размер группы D . На рис. 8 приведены графики зависимости коэффициента вариации средней кучности R_{cp} от общего количества выстрелов. Так же, как и на рис. 6 и 7 графики практически сливаются в один, за исключением группы по 2 выстрела.

Из табл. 3 видно, что при одинаковых ошибках в определении среднего значения кучности для показателя R_{cp} требуется меньшее количество выстрелов, чем для показателя D . Это происходит из-за того, что показатель R_{cp} является более информативным, чем D . Здесь также на результаты влияет дискретность числа выстрелов как произведение числа групп на число выстрелов в группе. Соответственно, из табл. 4 видно, что для оценки средней кучности с заданной точностью показатель R_{cp} требует меньше выстрелов, чем показатель D . Например, для оценки средней кучности с ошибкой 20% по показателю D нужно в сумме 15 выстрелов (3x5), а по показателю R_{cp} 12 выстрелов.

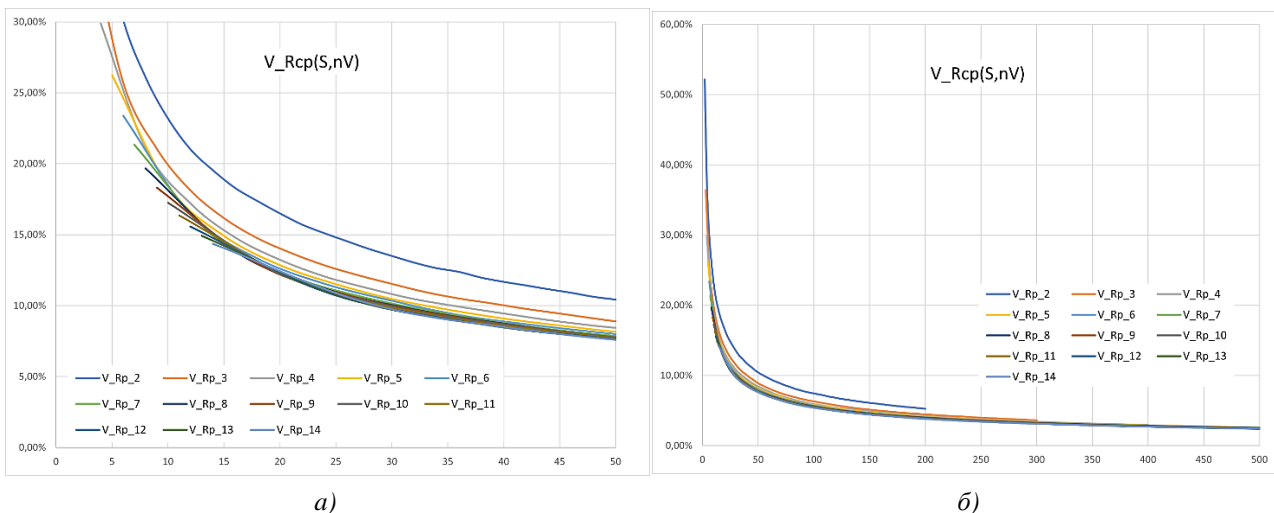


Рисунок 8. Зависимость коэффициента вариации V средней кучности R_{cp} от числа выстрелов для разного количества выстрелов (2–14) в группе

Оценка рейтинга групп по показателю минимального числа выстрелов не выявила явных лидеров (табл. 4). В рабочей зоне точности 10-20% для показателя R_{cp} формально на первом месте стоят группы по 3 и 4, однако группы по 5, 6, 7, 8, 9, 10 не намного хуже. Значения показателя R_{cp} практически не зависят от числа выстрелов в группе, что позволяет сравнивать среднюю кучность при стрельбе разными группами.

Как уже говорили, показатель R_{cp} более информативный, чем показатель D и менее чувствителен к отдельным отрывам, вместе с тем, на обычной бумажной (не электронной) мишени при очень высокой кучности, когда пробойны сливаются, его расчет становится проблемным.

Таблица 3.

Количество групп по показателю R_{cp} в зависимости от количества выстрелов в группе и точности определения значения средней кучности.

Количество групп выстрелов для обеспечения заданной кучности при $P=0,8$ (R_{cp})													
Точность	Выстрелов в группе												
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
50%	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
45%	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
40%	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
35%	4	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
30%	5	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
27,5%	6	3	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
25%	8	4	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1
22,5%	9	5	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1
20%	12	6	4	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1
19%	13	6	4	4	3	3	2	2	2	2	2	2	1
18%	14	7	5	4	3	3	2	2	2	2	2	2	2
17%	16	8	5	4	4	3	3	2	2	2	2	2	2
16%	18	9	6	5	4	3	3	3	2	2	2	2	2
15%	20	10	7	5	4	4	3	3	3	2	2	2	2
14%	23	12	8	6	5	4	4	3	3	3	3	2	2
13%	27	14	9	7	6	5	4	4	3	3	3	3	2
12%	32	16	11	8	6	6	5	4	4	4	3	3	3
11%	38	18	13	10	8	6	6	5	5	4	4	3	3
10%	45	22	15	11	9	8	7	6	5	5	4	4	4
9%	57	27	18	14	11	10	8	7	7	6	5	5	5
8%	72	35	23	18	14	12	10	9	8	7	7	6	6

Количество групп выстрелов для обеспечения заданной кучности при $P=0,8$ (R_{cp})													
Точность	Выстрелов в группе												
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
7%	94	45	30	23	18	16	14	12	11	10	9	8	7
6%		61	41	31	25	21	18	16	14	13	12	11	10
5%		88	58	45	36	31	27	23	21	19	17	15	14
4,50%			71	55	44	37	33	29	25	23	21	19	17
4%			90	68	55	47	41	36	32	29	26	24	22
3,50%				89	72	61	53	46	41	37	33	31	28
3%					98	84	73	63	56	50	45	41	38
2,50%								91	81	73	65	60	55
2%												93	87

Таблица 4.

Количество выстрелов по показателю R_{cp} в зависимости от количества выстрелов в группе и точности определения значения средней кучности

Количество выстрелов для обеспечения заданной кучности при $P=0,8$ (R_{cp})													
Точность	Выстрелов в группе												
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
50%	4	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
45%	6	6	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
40%	6	6	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
35%	8	6	8	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
30%	10	9	8	10	6	7	8	9	10	11	12	13	14
27,5%	12	9	8	10	12	7	8	9	10	11	12	13	14
25%	16	12	12	10	12	14	16	9	10	11	12	13	14
22,5%	18	15	12	15	12	14	16	18	10	11	12	13	14
20%	24	18	16	15	18	14	16	18	20	22	12	13	14
19%	26	18	16	20	18	21	16	18	20	22	24	26	14
18%	28	21	20	20	18	21	16	18	20	22	24	26	28
17%	32	24	20	20	24	21	24	18	20	22	24	26	28
16%	36	27	24	25	24	21	24	27	20	22	24	26	28
15%	40	30	28	25	24	28	24	27	30	22	24	26	28
14%	46	36	32	30	30	28	32	27	30	33	36	26	28
13%	54	42	36	35	36	35	32	36	30	33	36	39	28
12%	64	48	44	40	36	42	40	36	40	44	36	39	42
11%	76	54	52	50	48	42	48	45	50	44	48	39	42
10%	90	66	60	55	54	56	56	54	50	55	48	52	56
9%	114	81	72	70	66	70	64	63	70	66	60	65	70
8%	144	105	92	90	84	84	80	81	80	77	84	78	84
7%	188	135	120	115	108	112	112	108	110	110	108	104	98
6%		183	164	155	150	147	144	144	140	143	144	143	140
5%		264	232	225	216	217	216	207	210	209	204	195	196
4,50%			284	275	264	259	264	261	250	253	252	247	238
4%			360	340	330	329	328	324	320	319	312	312	308
3,50%				445	432	427	424	414	410	407	396	403	392
3%					588	588	584	567	560	550	540	533	532
2,50%								819	810	803	780	780	770
2%												1209	1218

При построении таблиц кучности 1–4 мы взяли доверительную вероятность 0,8, так как, по нашему мнению, более высокое значение начнет вступать в определенное противоречие с точностью других данных. Тем не менее для сравнения ниже приводим табл. 5 необходимого количества выстрелов в разных группах для обеспечения заданной точности при более высокой доверительной вероятности 0,9.

Если сравнить табл. 5 с табл. 2, то они довольно сильно отличаются по количеству необходимых выстрелов. Например, для оценки кучности с точностью 25% при доверительной вероятности 0,9 уже требуется минимум 16 выстрелов против 10; для оценки кучности с точностью 20% требуется

25 выстрелов против 15; для оценки кучности с точностью 10% требуется 98 выстрелов против 60 и т. д. Таким образом, платой за более высокую доверительную вероятность будет не совсем оправданное увеличение числа выстрелов больше чем на 50%. Если есть смысл применять более высокую доверительную вероятность, то только в части стандартизации подхода к оценке кучности. Например, в системе классификации баллистической кучности [13] применяется доверительная вероятность 0,9. Что касается сравнения оптимального числа выстрелов в группе, то здесь различие не такое существенное, в рабочей зоне небольшое преимущество также имеют группы по 5 в сравнении с группами по 6 и по 7.

Таблица 5.

Количество выстрелов по показателю D в зависимости от количества выстрелов в группе и точности определения значения средней кучности при доверительной вероятности 0,9

Количество выстрелов для обеспечения заданной кучности при $P=0,9$ (D)													
Точность	Выстрелов в группе												
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
50%	6	6	8	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
45%	8	6	8	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
40%	10	9	8	10	12	7	8	9	10	11	12	13	14
35%	12	12	12	10	12	14	16	9	10	11	12	13	14
30%	18	15	12	15	12	14	16	18	20	22	12	13	14
27,5%	20	15	16	15	18	14	16	18	20	22	24	26	14
25%	24	18	20	20	18	21	16	18	20	22	24	26	28
22,5%	30	24	20	20	24	21	24	27	20	22	24	26	28
20%	38	30	28	25	30	28	32	27	30	33	36	39	28
19%	42	33	32	30	30	28	32	36	30	33	36	39	42
18%	46	36	32	35	36	35	32	36	40	33	36	39	42
17%	52	39	36	35	36	35	40	36	40	44	36	39	42
16%	58	45	44	40	42	42	40	45	40	44	48	52	42
15%	66	51	48	45	48	49	48	45	50	55	48	52	56
14%	76	57	56	55	54	56	56	54	60	55	60	65	56
13%	88	66	64	60	60	63	64	63	70	66	72	65	70
12%	106	78	72	70	72	70	72	72	80	77	84	78	84
11%	126	93	84	85	84	84	88	90	90	88	96	91	98
10%	152	114	104	105	102	98	104	108	110	110	108	117	112
9%	188	141	128	125	126	126	128	126	130	132	132	143	140
8%		177	164	160	156	161	160	162	160	165	168	169	182
7%		231	208	205	204	210	208	216	220	220	228	221	224
6%			280	275	276	280	280	288	290	297	300	312	308
5%			400	395	396	399	392	405	400	407	420	429	434
4,50%				480	486	490	488	495	500	506	516	520	532
4%					600	616	616	630	630	649	660	676	672
3,50%							784	819	830	847	852	871	882
3%											1176	1196	1232
2,50%													

Точность, с которой оценивается средняя кучность, является важным параметром, дополняющим точечную оценку и среднее квадратическое отклонение кучности, и это единственный параметр, позволяющий обосновать оптимальное число групп и число выстрелов в группе для оценки кучности.

Что касается точности определения среднего квадратического отклонения кучности $\bar{\sigma}_d$, $\bar{\sigma}_R$ по их выборочным значениям, то, учитывая ее теоретическую связь со средними значениями кучности D , R_{cp} , мы не видим в этом необходимости, хотя ее несложно рассчитать по выборочным данным и сравнить с теоретическим значением.

Таким образом, на основе исходных данных о координатах точек попадания при стрельбе по мишеням группами мы получили формулы и таблицы для расчета кучности одной группы d , R , средней кучности нескольких групп D , R_{cp} , интервала нахождения истинного значения средней кучности, параметров отклонения кучности от среднего значения по двум показателям кучности - экстремальному размеру группы D и среднему радиусу группы R_{cp} .

Подведем итоги нашему исследованию

1. В качестве параметров показателя кучности предлагаем использовать их среднее значение, среднее квадратическое отклонение, минимальное и максимальное значение кучности в выборке, минимальное и максимальное значение средней кучности с заданной доверительной вероятностью.

2. В качестве показателей кучности предлагаем использовать при настройке винтовки экстремальный размер группы d , а при оценке кучности еще средний радиус точек попадания R . Также полезно фиксировать координаты всех точек попадания при одной точке прицеливания, в том числе для объединения всех групп в одну общую. Интересно определять координаты СТП и следить за дрейфом СТП при разных навесках и глубине посадки пули или при переводе прицела с одной мишени на другую.

3. В качестве критерия оптимального количества групп и числа выстрелов в группе для оценки кучности предлагаем использовать точность оценки кучности. Более того, с нашей точки зрения, это единственный параметр, который позволяет обосновать количество групп и число выстрелов в группе при оценке кучности и положить конец затянувшейся дискуссии о том, сколько должно быть групп и сколько должно быть выстрелов в группе для правильной оценки кучности. Для выбора количества групп и числа выстрелов в группе, необходимых для оценки кучности с заданной точностью или наоборот для определения точности, соответствующей заданному количеству групп и числу выстрелов в группе, построены таблицы кучности (табл. 1–4).

Теперь нам осталось показать, как этими знаниями пользоваться. Конечно, каждый стрелок может сам решить, как пользоваться информацией о кучности. Вариантов много. Но мы также приведем несколько конкретных примеров, не настаивая, что они самые удачные. Кто-то, возможно, сочтет наши примеры

просто игрой ума, с избыточной информацией для кучной стрельбы, а кому-то она окажется полезной. Мы надеемся, что приведенные ниже примеры после ознакомления с ними спортсменов позволят несколько по-другому смотреть на результаты практической стрельбы и на подготовку к ним. Конечно, далеко не все стрелки будут проделывать вычисления, которые сделаем сейчас мы, лучше это время провести на стрельбище, но один раз можно ознакомиться с нашими расчетами и расширить свой кругозор в понимании кучности.

Как мы можем пользоваться расширенной информацией о кучности? Пойдем по порядку. Поясним еще раз, в чем смысл и сила дополнения среднего значения показателя кучности, например, экстремального размера группы D , его средним квадратическим отклонением $\bar{\sigma}_d$ и диапазоном, в котором находится истинное значение кучности, рассчитанным по среднему квадратическому отклонению $\bar{\sigma}_D$ среднего значения D . Например, при настройке винтовки вы получили всего одну группу по 3 выстрела, и ее значение равно $D = 0,5 \text{ MOA}$. Из таблиц кучности известно, что точность оценки среднего значения кучности по одной группе из 3 составляет 50%, то есть, с вероятностью 0,8 истинное значение средней кучности, оцененное по одной группе, будет находиться в диапазоне $(0,25-0,75) \text{ MOA}$. Далее принимаем за ожидаемую среднюю кучность верхнюю границу $0,75 \text{ MOA}$ и рассчитываем от нее вероятные интервалы кучности при стрельбе группами по 3. По теории (рис. 2) мы знаем, что коэффициент вариации кучности при стрельбе группами по 3 составляет 0,4. Умножаем верхнее значение средней кучности $0,75$ на этот коэффициент и получаем значение среднего квадратического отклонения кучности, равное 0,3. Это означает, что, по верхней оценке, (считаем это статистически худшим случаем), сделанной всего по одной группе, кучность следующих групп будет располагаться в диапазоне $(0,45-1,05) \text{ MOA}$ с вероятностью 68,3%, в диапазоне $(0,15-1,35) \text{ MOA}$ с вероятностью 95,5% и $(0-1,65) \text{ MOA}$ с вероятностью 99,7%. А если мы проделаем те же вычисления с нижней вероятной границей средней кучности $0,25 \text{ MOA}$, то получим совсем другие результаты, в частности диапазон кучности групп $(0,05-0,45) \text{ MOA}$ с вероятностью 95,5%. То есть, оценка кучности по одной группе дает очень большую неопределенность в отношении того, как на самом деле будет реализовываться кучность, что она будет совсем другая, а не равная $0,5 \text{ MOA}$, как показала первая группа. Вот почему после настройки винтовки на экстремальную кучность нужно делать дополнительные тесты по оценке кучности в точках настройки. Согласитесь, что это совсем другой уровень анализа кучности, чем просто взять одну группу с кучностью $0,5 \text{ MOA}$ и думать, что это и есть кучность вашей винтовки. Как видим из анализа, на самом деле она может оказаться и меньше $0,1 \text{ MOA}$, и больше $1,65 \text{ MOA}$. В данном случае анализ с применением сразу трех параметров экстремального размера группы (D , $\bar{\sigma}_d$, $\bar{\sigma}_D$) вместо одного параметра D показывает, насколько неопределенным будет истинное

значение кучности, если ее оценить всего по одной группе из 3 выстрелов. Этот анализ отсылает к таблицам кучности (табл. 1, табл. 3) для осознанного выбора количества групп и числа выстрелов в группе при оценке кучности с необходимой точностью.

Оценку кучности одной группы обычно используем для сравнения с кучностью соседних групп при настройке винтовки. Рассмотрим пример. Чем может в этом помочь табл. 1? По табл. 1 видим, что ошибка в определении кучности с доверительной вероятностью 0,8 по 1 группе из 3 выстрелов составит 50% в обе стороны. То есть, при расчетной кучности 0,19 MOA по одной группе из 3 истинная кучность расположена в диапазоне (0,1–0,29) MOA при доверительной вероятности 0,8, то есть, в каждом пятом случае кучность может выйти за указанный диапазон. Если при настройке винтовки кучность групп на кучной полке и за ее пределами различается в 2-3 раза, нам будет достаточно и ошибки в 50%, чтобы отличить самые кучные группы и выявить кучную полку. Как пример сказанного на рис. 9 приведены зависимости экстремального размера групп d от глубины посадки пули при разных навесках, полученные при настройке винтовки Ремингтон 700 в калибре 223 Rem. В диапазоне глубины посадки пули 1,727–1,740 по размеру головы матрицы достаточно ясно прослеживается широкая кучная полка из 4 точек

с кучностью (0,11–0,19) MOA. Из табл. 1 мы видим, что истинные значения средней кучности точек на кучной полке лежат в диапазоне (0,06–0,29) MOA с вероятностью 0,8, и поэтому в нашей оценке кучной полки ничего не изменится, поскольку за пределами кучной полки мы видим группы с кучностью 0,35 и хуже. Таким образом, точность 50% в оценке средней кучности при настройке винтовки в этом случае нас устроит. Если же кучность соседних групп будет отличаться незначительно, то использование табл. 1 избавит от самообмана и не позволит считать случайные различия в кучности групп найденной кучной полкой. Такой самообман часто происходит, когда стрелки находят кучную полку, например, по методу Крейтона, глубоко не понимая ограничений его применения и трактовки результатов стрельбы по мишени. Точнее отличие групп оценивается в рамках дисперсионного анализа.

Если захотим оценить кучность в найденных настройках точнее, то в первую очередь можем определить среднее значение по 4 точкам кучной полки (рис. 9). Оно равно $D=(0,11+0,19+0,13+0,13)/4=0,14$ MOA. Это, конечно, не совсем правильно, потому что значения кучности получены при разной глубине посадки пули, но на кучной полке такое усреднение, на наш взгляд, допустимо.

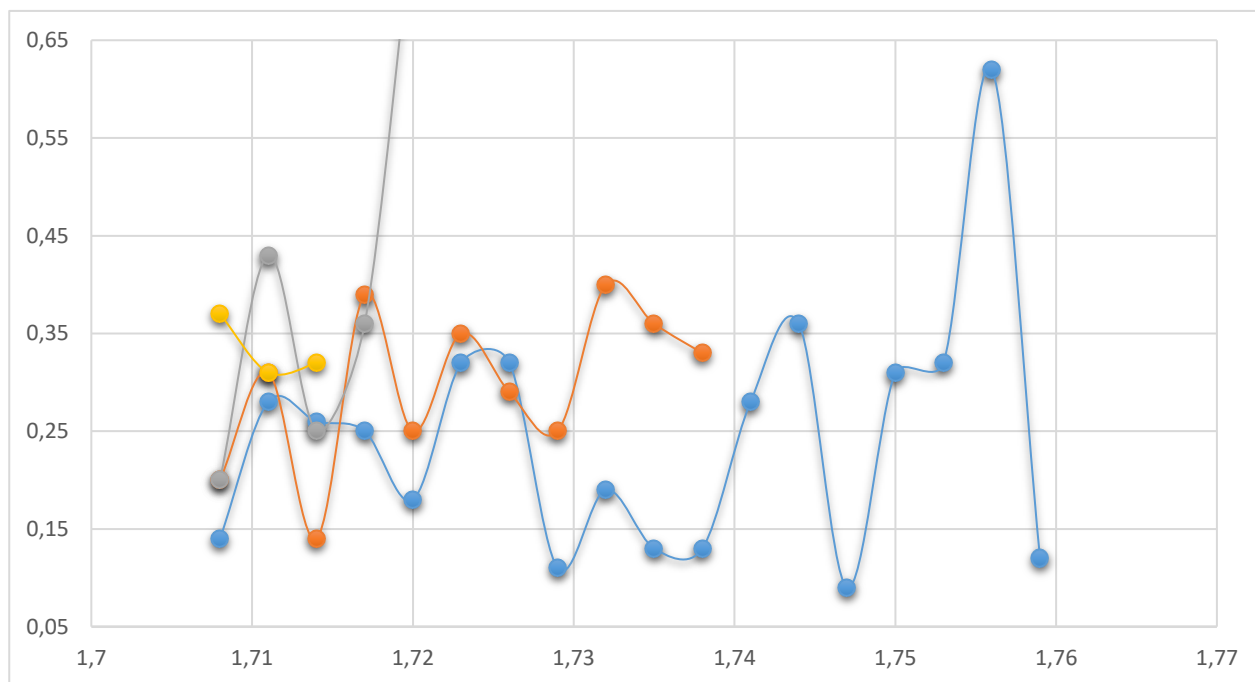


Рисунок 9. Зависимость кучности от глубины посадки пули при разных навесках

Снова обратившись к табл. 1, видим, что нашему случаю (4 группы по 3 выстрела) соответствует точность 25%. Это означает, что истинное значение средней кучности лежит в диапазоне (0,105–0,175) MOA. Уже значительно лучше, но все же минимальное и максимальное значение кучности в пределах доверительного интервала отличается почти в два раза. Поэтому для еще более точной оценки средней

кучности после настройки мы делаем контрольные серии, стреляя, например, еще 2 серии по 5 выстрелов. Таким образом мы начинаем накапливать информацию о средней кучности, сужая диапазон неопределенности ее истинного значения. В этих тестах мы получили кучности двух групп по 5 равными 0,14 и 0,16 MOA и среднюю кучность 0,15 MOA. Снова обращаемся к таблице 1 и находим, что серии 2 группы

по 5 выстрелов соответствует точность тоже 25%. Объединяем эти результаты с результатами, полученными при настройке винтовки. Для этого делим полученную кучность двух групп на 1,26 (коэффициент приведения группы по 5 к группе по 3) и снова определяем среднюю кучность теперь уже по 6 группам: $(0,14/1,26+0,16/1,26+0,11+0,19+0,13+0,13)/6 = 0,13$ MOA. При этом для оценки используется уже не 4, а 6 групп с суммарным количеством выстрелов 22. Таблица 1 дает для 6 групп по 3 точность 20%, и таким образом, на основании проведенных тестов мы можем утверждать, что истинное значение средней кучности по результатам настройки винтовки лежит в диапазоне $(0,1 - 0,16)$ MOA с вероятностью 80%, причем с некоторым запасом, поскольку у нас в оценке участвовали 2 группы по 5. Предположим, что нас такая точность устроит. На этом основании мы считаем оценку кучности выполненной и в зависимости от задач пользуемся либо средневзвешенной оценкой кучности $0,13$ MOA, либо ее верхним

гарантированным значением $0,16$ MOA. Гарантированное значение кучности показывает, что средняя кучность по 6 группам из 3 выстрелов будет не хуже $0,16$ MOA с вероятностью 80%. Такой подход позволяет все время контролировать точность, с которой оценена средняя кучность, и знать гарантированный результат. Верхняя гарантированная оценка, например, применяется при присвоении винтовке класса кучности в системе классификации баллистической кучности [13].

Далее рассмотрим пример, как сделать прогноз результатов будущей стрельбы группами на кучность, имея информацию по средней кучности и среднему квадратическому отклонению. Для этого кроме среднего значения кучности $0,13$ MOA нам уже потребуется значение среднего квадратического отклонения кучности σ_d . По 6 группам с учетом приведения групп по 5 к группам по 3 выборочное значение среднего квадратического отклонения равно

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{6-1} [(0,11-0,13)^2 + (0,127-0,13)^2 + (0,11-0,13)^2 + (0,19-0,13)^2 + (0,13-0,13)^2 + (0,13-0,13)^2]},$$

т.е. $\sigma_d = 0,03$ MOA.

Но в соответствии с работами [5, 6] σ_d можно определить теоретически через среднее значение кучности и соответствующий числу выстрелов в группе коэффициент вариации. Для числа выстрелов в группе равно 3 теоретическая оценка больше, чем полученное выборочное значение, и равна $0,05$ MOA. Возьмем эту цифру как гарантированное значение. Имея данные обо всех координатах точек попадания, средней кучности $0,13$ MOA, интервальной оценке кучности $(0,1-0,16)$ MOA и среднем квадратическом отклонении кучности $0,05$ MOA, мы уже достаточно точно можем предсказать средне ожидаемые и худшие значения групп в серии будущих выстрелов. И если средняя кучность у нас $0,13$ MOA, а среднее квадратическое отклонение $0,05$ MOA, то для нас не станут неожиданностью группы и лучше $0,1$ MOA и хуже $0,16$ MOA, мы их уже можем заранее предсказать с известной вероятностью. Так же, как и то, что 80% групп уложится в диапазон $(0,1-0,16)$ MOA. Также, если слишком большое количество групп будет иметь кучность хуже, чем $0,16$ MOA, мы сможем понять, что в этом тесте добавился какой-то новый фактор влияния на кучность, например, систематические отрывы.

Рассмотрим, как можно использовать данные о кучности, полученные в закрытом тире, для анализа

результатов стрельбы на открытом стрельбище и выявления отрывов и других новых факторов влияния на кучность. Вспомним, что при стрельбе на кучность в закрытом тире мы в максимальной степени исключили все факторы влияния на кучность [3] кроме патрона и винтовки и достигли приведенных выше показателей: математического ожидания среднего значения $D=0,13$ MOA, верхней оценки среднего значения $D = 0,16$ MOA с вероятностью $0,8$ и среднего квадратического отклонения $\sigma_d=0,05$ MOA. Также мы имеем координаты пробоев на всех мишенях при одной точке прицеливания, что позволяет определить параметры рассеивания точек попадания: СТП и среднее квадратическое отклонение точек попадания: $\sigma_x=\sigma_y=\sigma$. Имея значения этих показателей, а также первичную информацию по мишеням, можно осуществлять прогноз результатов будущих стрельб в условиях соревнований и обеспечить управление ими.

Например, в соревнованиях на дистанции 300 метров вы планируете занять какое-то место, которое соответствует вашей подготовке. На контрольной тренировке на открытом стрельбище вы получили среднюю кучность $0,33$ MOA по 5 группам из 5 выстрелов в группе. При этом кучность в каждой группе была $(0,27; 0,41; 0,32; 0,29; 0,34)$ MOA (рис. 10).

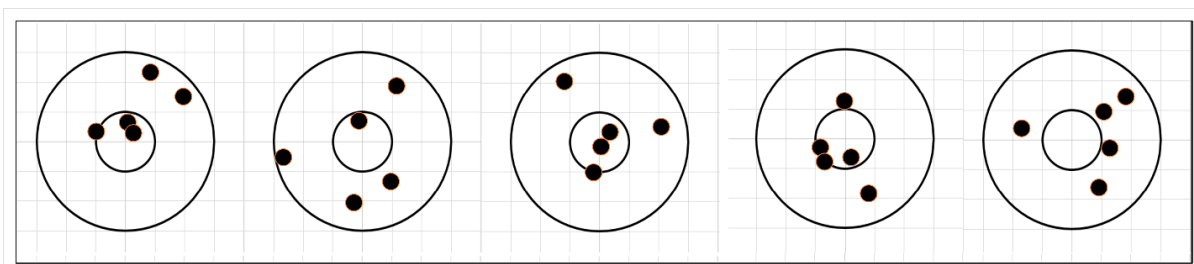


Рисунок 10. 5 групп по 5 выстрелов в группе

Помним, что ваша винтовка была настроена на среднюю кучность $0,13$ *МОА*, определенную по группам из 3 выстрелов, в тире без ветра и миража, при стрельбе со стола с передним и задним упором, возможно свободным откатом, но мы теперь стреляем на открытом стрельбище с сошек, с упором приклада в плечо, с ветром в других условиях группами по 5 и на тренировке получили среднюю кучность $0,33$ *МОА*. При этом уверены в том, что кучность нашего комплекса «винтовка + патрон» по 3 выстрелам в группе по-прежнему равна $0,13$ *МОА*, и она не изменилась, это важно. Пересчитываем полученную кучность на 5 выстрелов, $0,13 \cdot 1,26 = 0,16$ *МОА* и понимаем, что к полученной при настройке кучности $0,16$ *МОА* на открытом стрельбище добавилась еще ошибка $0,28$ *МОА* от суммы новых факторов, определяемая по формуле: $\sqrt{(0,33^2 - 0,16^2)} \text{ МОА} = 0,29$ *МОА*, потому что в соответствии с теорией ошибок складываются или вычитаются дисперсии случайных величин. Среднее квадратическое отклонение по 5 группам составило $0,08$ *МОА*. По этим цифрам мы понимаем, что запас для работы над кучностью при стрельбе на открытом стрельбище у нас $0,29$ *МОА* и нужно искать пути приближения к идеальной кучности настройки $0,16$ *МОА*, выше которой среднестатистически мы уже получить не сможем, если только не рассчитывать на счастливый случай.

Как можно организовать тренировки в этом случае? Нужно понять, из чего складывается дополнительная ошибка в $0,29$ *МОА*. Основной составляющей горизонтального рассеивания точек попадания, кроме ошибок стрелка и не настроенности стрелкового комплекса (стола, переднего упора, заднего мешка, прицела), является ветер, вертикального рассеивания – также ветер (так как он может иметь разные направления, и даже боковой ветер рассеивает пули не горизонтально, а с 10 часов на 16), мираж, сошки и другие условия открытого стрельбища [3]. Именно они дают дополнительную ошибку $0,29$ *МОА*, над которой и надо работать, уменьшая влияние этих факторов.

Наверное, многим стрелкам-любителям покажется утомительным делать такие вычисления. Однако нужно понимать, что если вы находитесь в конце или даже в середине списка участников соревнований, вы можете не утруждать себя «ловлей блох», но если вы боретесь за первое место на рейтинговом турнире, то поиск неиспользованных резервов, оцифровка уровня своей подготовки, разделение кучности на ее составляющие [15] и знание предельных возможностей приобретают большую значимость. В крупных соревнованиях по бенчресту часто победителя от второго места отделяют десятые и даже сотые доли *МОА*. Оценив интервал неопределенности по их 5 группам кучности, мы можем понять, что в первой десятке чемпионы будут меняться по воле счастливой случайности, поскольку естественный статистический разброс кучности часто гораздо больше, чем то различие в кучности, которое отделило первое место от второго. Так оно в жизни и происходит, такими сюрпризами пропитан весь бенчрест.

Лучшие в нем определяются лишь по многим сериям, в которых постепенно формируется их неслучайный рейтинг, открывающий путь в Зал Славы бенчреста.

Конечно, наши примеры - лишь условные схемы, в реальных условиях большое влияние на кучность оказывает психология стрелка, место проведения соревнований, условия и множество других факторов. Но ветер одинаковый для всех стрелков, и они ловят моменты и стараются стрелять в один и тот же ветер, многие другие факторы также одинаковы для всех, поэтому приведенная схема является рабочей.

Рассмотрим следующий пример применения оценок кучности. На рис. 11 приведены 14 мишеней, полученных при оценке кучности охотничьей винтовки Sauer 100 на дистанции 100 м во время обдува гильз. Мишени взяты из статьи [1]. Стрельба велась группами по 3. Кучность 14 групп в порядке стрельбы по отдельным мишеням приведена на рис. 11а. Средняя кучность $0,54$ *МОА*, но мы хотели бы сделать полный анализ и главное дать прогноз кучности. Для этого случая одной цифры недостаточно, потому что рассеивание кучности вокруг среднего значения очень существенное. При средней кучности $0,54$ *МОА* по 14 группам она изменялась в пределах $(0,29-1,21)$ *МОА*, то есть, в 4,17 раза. Это почти нормально, хотя есть очевидное влияние отрывов. В соответствии с теорией интервал составляет $(0,25-0,83)$ *МОА* при доверительной вероятности 0,8, то есть различие меньше, в 3,3 раза. В работе [11] приведены расчетные значения отношения максимального и минимального значений кучности, которое среднестатистически равно 3,93 (практически 4) для 10 групп по 3 и 1,93 (округлим до 2) для 5 групп из 5 выстрелов. Вычисляем выборочное среднее квадратическое отклонение групп σ_d , которое для данного примера равно $0,264$ *МОА*, но мы можем вычислить σ_d по-другому, как известную часть среднего для заданного числа выстрелов в группе, из теории оно равно $0,216$ *МОА*. Разница выборочной и теоретической оценки может указывать на присутствие отрывов на реальных мишенях. Далее по этим данным мы смоделировали 100 групп, соответствующих полученным значениям среднего и среднего квадратического отклонения по 14 реальным группам. Зная координаты точек попадания, мы также можем объединить все группы в одну по СТП и рассчитать общую кучность по показателю R_{cp} , и также объединить все группы в одну по одной точке прицеливания и рассчитать общую кучность с учетом дрейфа СТП. Если нашей конечной целью является настройка точности винтовки, а не только кучности, учет дрейфа СТП при изменении положения винтовки будет полезной информацией.

На рис. 11а видно, что кучность групп сильно несимметрична относительно среднего значения. Однако это спорный вопрос. Закон распределения кучности действительно несимметричный, но не настолько. По опыту мы определили, что несимметричность появляется не из-за статистического разброса групп, а из-за несимметричных ошибок стрелка. Очень кучная группа тоже может появиться как ошибка стрелка, но вероятность этого очень мала,

нужно еще постараться ошибиться так, чтобы пули случайно легли «дыра в дыру». А вот ошибиться, сделав большой отрыв, очень легко. Эти отрывы скорее всего и видны на мишенях рис. 11, где получилась наихудшая кучность $1,21 \text{ MOA}$, за ней идет кучность $0,98 \text{ MOA}$.

На рис. 12б в качестве прогноза представлены значения кучности по 100 группам, полученные

с помощью генератора случайных чисел по статистическим характеристикам, рассчитанным на основе экспериментальных данных рис. 11. Примерно такая картина кучности групп получилась бы, если бы мы продолжили стрелять на кучность и сделали 100 групп вместо 14. Но мы без стрельбы достаточно достоверно получили длинную последовательность групп кучности. Сомневаться в правильности прогноза нам не приходится.

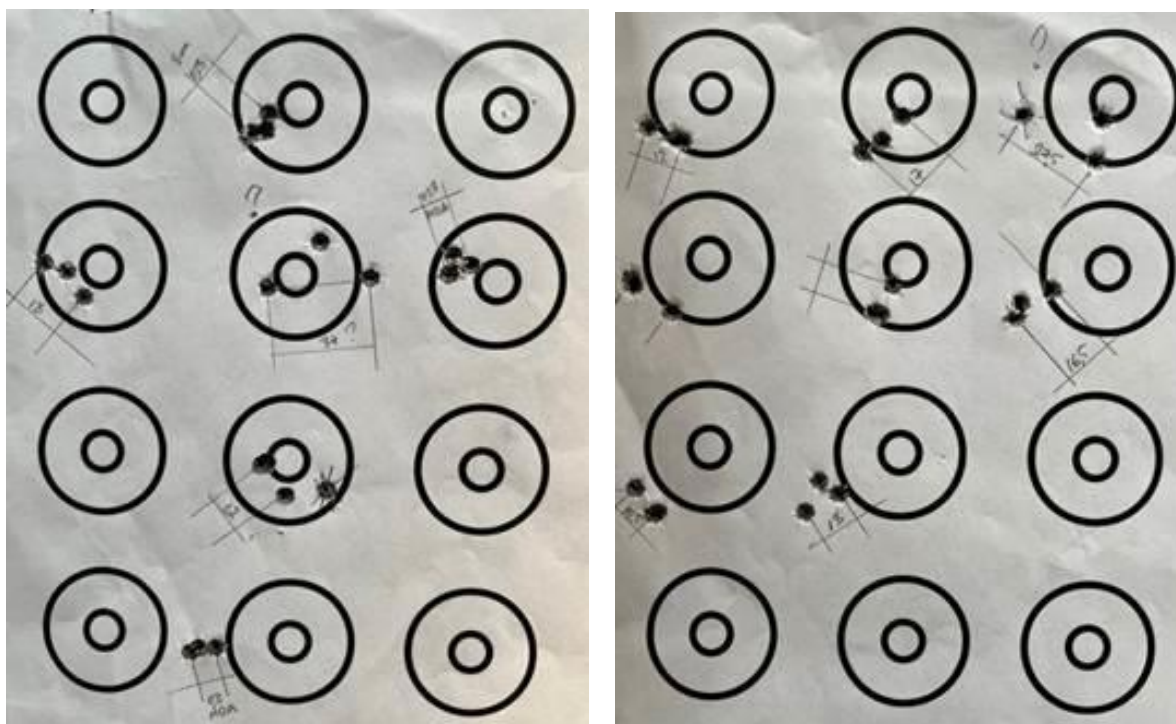


Рисунок 11. 14 групп по 3 выстрела, полученные при оценке кучности винтовки Sauer 100 на дистанции 100 м.

Таблица 6.

Результаты стрельбы на кучность группами по 3

N/n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	R	0.12	0.23	0.51	0.12	0.2	0.11	0.16	0.21	0.44	0.23	0.16	0.2	0.16	0.2
4	Rcp	0.12	0.175	0.287	0.245	0.236	0.215	0.207	0.208	0.233	0.233	0.226	0.224	0.219	0.218
5	d(3)	0.29	0.64	1.21	0.29	0.43	0.32	0.43	0.61	0.98	0.54	0.43	0.59	0.37	0.46
6	D(3,n)	0.29	0.46	0.71	0.61	0.57	0.53	0.51	0.53	0.59	0.57	0.56	0.56	0.55	0.54

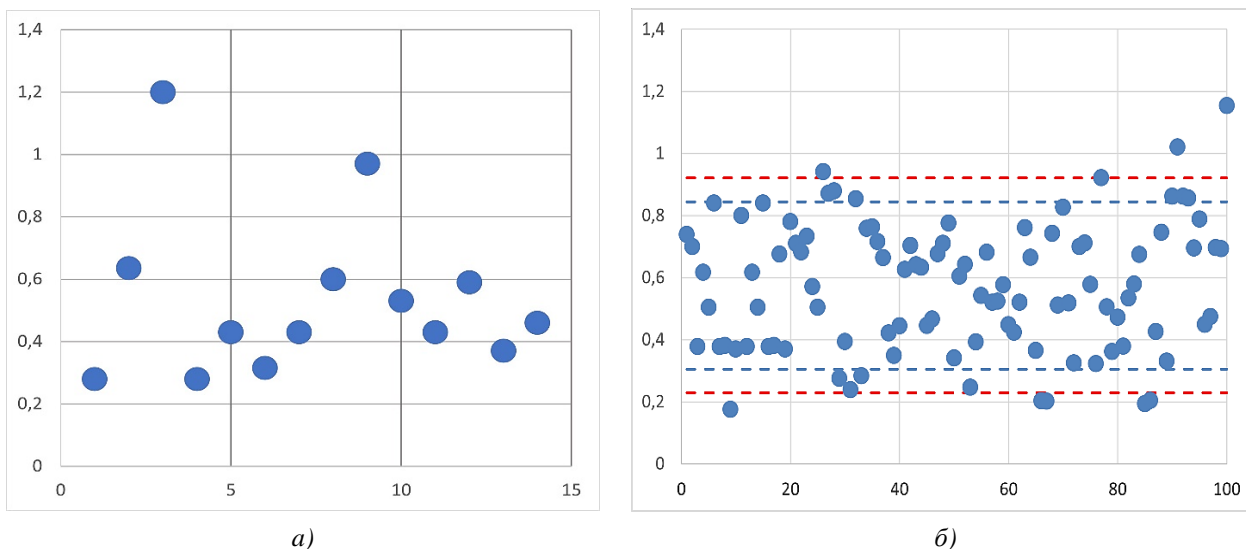


Рисунок 12. (а) - Реальные 14 групп со средней кучностью 0,54 MOA по показателю D; (б) – Полученные с помощью генератора случайных чисел 100 групп со средней кучностью 0.54 MOA. Синяя линия – доверительный интервал 0,8, красная – 0,9

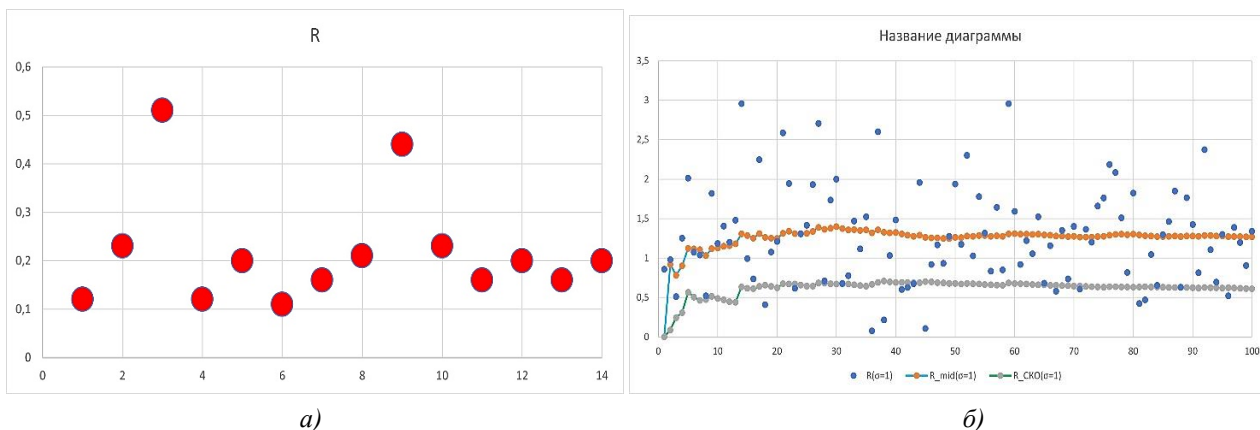


Рисунок 13. (а) – Те же реальные 14 групп со средней кучностью 0,218 MOA по показателю R_{cp} , (б) – полученные с помощью генератора случайных чисел 100 групп с $B = 1$. Красная линия – среднее значение кучности, синяя линия – среднее квадратическое отклонение кучности, рассчитанные для заданного количества групп

Хорошо видно, что при среднем значении кучности 0,54 MOA, рассчитанном по результатам уже проведенных стрельб, в будущей стрельбе на кучность можно получить значения и 0,2 MOA, и 1,45 MOA, и все они соответствуют рассчитанному по результатам предыдущей стрельбы на кучность среднему квадратическому отклонению кучности σ_d .

Вывод из этого следует такой. При известной средней кучности мы закономерно получим распределение кучности отдельных групп по 3, которые, например, в каждой десятке будут различаться в 3-4 раза, как на рис. 12а, или распределение кучности отдельных групп по 5, которые в каждой пятерке будут различаться в 2 раза. То есть, при средней кучности 0,54 MOA и 3 выстрелах в группе не должно удивлять появление отдельных групп с кучностью хуже 1 MOA. Это не результат случайных отрывов, которые всегда хочется исключить, это естественный статистический разброс. Также время от времени закономерно можно ожидать появления очень кучных групп – в данном примере лучше,

чем 0,2 MOA. Лучшие группы всегда дарят сильные положительные эмоции, плохие группы огорчают. Но зная закон распределения кучности групп, мы будем ориентироваться на среднюю кучность и принимать отклонения от нее как естественный разброс кучности групп. Также мы можем оценить вероятность появления групп с определенной кучностью, рассчитав среднее квадратическое отклонение кучности.

Если средняя кучность винтовки у нас $D = 0,54 MOA$, а среднее квадратичное отклонение 0,216 MOA и коэффициент вариации $V = \sigma_d/D$ примерно равен $0,216/0,54 = 0,4$, то при условии нормального распределения мы можем утверждать, что с вероятностью 68,27% всех групп будем иметь кучность в диапазоне (0.28–0.8) MOA, с вероятностью 95.45% - (0.02–1.06) MOA и с вероятностью 99.73% - (0–1.32) MOA. При этом нижние и верхние границы при использовании более реалистичного несимметричного распределения должны сдвинуться вверх (рис. 12б) и кучности 0, конечно, не будет.

О чем еще может говорить картина на рис. 12? Например, стрелок утверждает, что он стабильно стреляет с кучностью $0,2 \text{ MOA}$ группами по 3 и определил это по 25 группам. Если это утверждение верное, оно означает следующее: точность определения средней кучности по 25 группам составляет 10%, и с вероятностью 0,8 стрелок стабильно получает группы ($0,18-0,22$) MOA . Сравниваем этот результат с достижениями стабильной кучности лучших стрелков. Сравнение показывает, что даже если стрелок делал тесты на кучность с бетонного стола со специально изготовленными адаптерами, с передним упором и задним мешком Lenzi, в тире без ветра и при идеальных условиях, из кастомной винтовки, то мы имеем дело со спортсменом из мировой элиты.

Рассмотрим следующий пример. Когда полезно использовать знания о точности оценки средней кучности? Скорее всего, том случае, когда планируются тесты по оценке кучности и нужно сделать выбор оптимального количества групп и числа выстрелов в группе, и когда необходимо оценить ошибку в расчете кучности и выявить наихудший случай. В нашем примере точечная оценка средней кучности равна $0,54 \text{ MOA}$ по 14 группам по 3. Смотрим в табл. 1 и видим, что такому количеству групп соответствует точность 13%. Это означает, что истинное значение средней кучности в нашем случае расположено в диапазоне ($0,47-0,61$) MOA с доверительной вероятностью 0,8. Это большое количество групп и поэтому среднее и худшее значения отличаются незначительно – $0,54$ и $0,61$. По этим цифрам мы понимаем, что это очень хорошая точность, хотя и плохая кучность)). Но если мы хотим быть объективными и сделать прогноз худшего варианта стрельбы, с запасом, то в расчете рис. 12б вместо средней кучности $0,54 \text{ MOA}$ поставим ее худшую оценку – $0,61 \text{ MOA}$. Часто кучность оценивают по значительно меньшему количеству групп, например, по 2 группам из 5 выстрелов, и тогда наихудший случай будет значительно отличаться от выборочного среднего.

Следующий пример. Часто хочется узнать, какая закономерность распределения пробоев будет на одной мишени, как лягут пробоеины при известной кучности винтовки, если сделать очень большое число выстрелов. Реальных таких мишеней очень мало, потому что реальная стрельба потребует большого

расхода патронов и будет изнашивать ствол. Но мы увидим точно такие же результаты, смоделировав их с помощью генератора случайных чисел. Результат будет такой же, как и при стрельбе, но патроны и время будут сэкономлены. Имея первичные мишени с пробоеинами и рассчитанные по ним параметры распределения и значения показателей кучности, мы можем смоделировать вероятные координаты точек попаданий при следующих выстрелах.

На рис. 14а представлены реальные мишени с 3 и 5 пробоеинами. По такому малому количеству выстрелов очень сложно определить закон распределения точек попадания на мишенях, истинную СТП и средний промах. Здесь видны и вытянутые цепочки пробоеин, и возможные отрывы. Однако если все точки попадания на этих мишенях объединить и рассчитать выборочные параметры их рассеивания, то в дальнейшем можно смоделировать, как лягут следующие выстрелы и понять, как будет выглядеть картина точек попадания при множестве выстрелов. На рис. 14б все пробоеины с рис. 14а перенесены на одну мишень. Видно, что по 14 выстрелам также не очень понятна закономерность рассеивания пробоеин на мишени и даже создается впечатление, что все выстрелы разделились на 2 группы. На рис. 14в приведена картина на этой же мишени по результатам 100 выстрелов, смоделированных с помощью генератора случайных чисел по координатам точек попадания на мишени рис. 14б. Хорошо видно, что картина распределения точек попадания на мишени начинает проясняться, когда делается большое число выстрелов с одинаковой точкой прицеливания. По этой мишени мы уже с достаточной достоверностью можем просчитать вероятность попадания в круг радиусом r относительно СТП, и также можем определить отклонение СТП от точки прицеливания.

Как правило, реальная картина кучности при совмещении точек попадания на одной мишени содержит значительно больше отрывов, чем расчетное рассеивание точек попадания. Это обусловлено тем, что в реальности стрелок время от времени делает грубые ошибки, приводящие к отрывам, которые не учитываются при моделировании безошибочных выстрелов, отклонение которых от СТП обусловлено только статистическим разбросом.

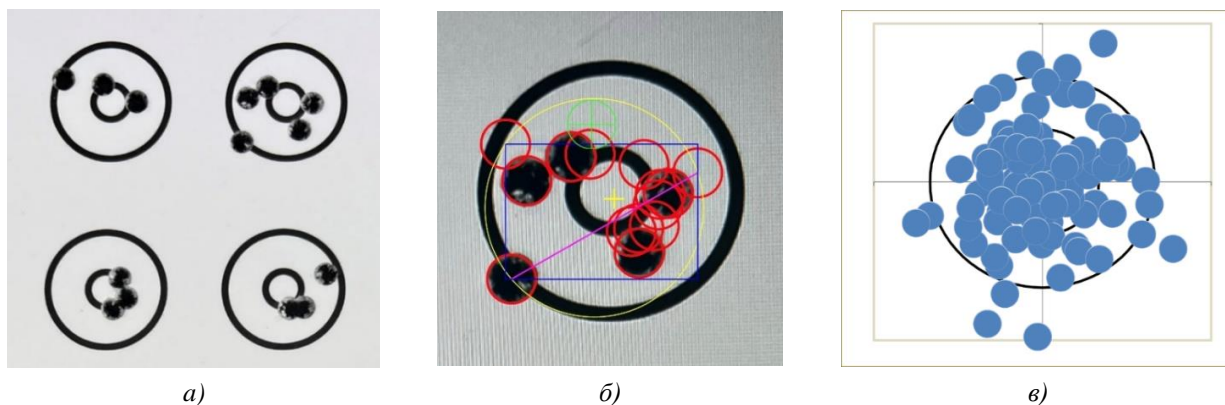


Рисунок 14. а - случайные реализации 4 реальных групп выстрелов; б - после сведения пробоеин на общую мишень; в) моделирование 100 выстрелов методом Монте-Карло на основе реальных данных из мишеней рисунка (а)

Моделирование методом Монте-Карло подходит для изучения многих задач стрельбы, в том числе кучности. Фактически многие результаты спортивной стрельбы в силу естественного ограничения по количеству реальных выстрелов могут быть получены только с помощью моделирования. Для целей моделирования мы генерируем случайные выстрелы в виде координат (x, y) с параметрами рассеивания, определенными по результатам натурной стрельбы с ограниченным числом выстрелов. Моделировать можно как случайные координаты центров пробоев на мишени, по которым в том числе можно рассчитать кучность, так и напрямую случайные цепочки кучности.

Еще один пример. Очень актуальной является задача оценки вероятности попадания в мишень при одном выстреле в будущей стрельбе. Такой анализ важен, например, для охотника, который делает один выстрел, или для спортсмена, который стреляет

по гонгу в соревнованиях на точность попадания с первого раза. Для этого нужно, кроме распределения пробоев вокруг СТП (кучность) смоделировать еще и рассеивание самой точки прицеливания (точность). Тогда точка попадания будет результатом действия двух случайных величин – кучности (экстремального размера группы или среднего радиуса группы относительно СТП) и точности (удаления координаты СТП относительно заданной точки попадания). Представим, что винтовка у нас пристреляна по СТП в центр мишени.

Зная параметры закона распределения пробоев, можно оценить вероятность попадания в круг заданного диаметра с первого выстрела.

На рис. 15 представлены случайные попадания в мишень при единственном дальнем выстреле из 7 попыток на дистанции 750 метров, полученные для одной точки прицеливания для средней кучности 2 MOA (верхний ряд) и 0,2 MOA (нижний ряд).

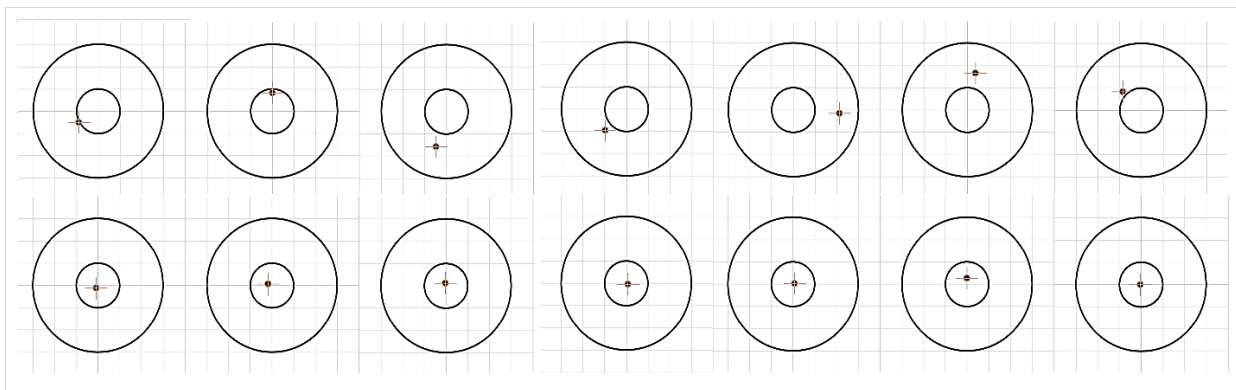


Рисунок 15. Случайные реализации одиночных выстрелов на 750 метров при кучности винтовки 2 MOA (верхний ряд) и 0,2 MOA (нижний ряд). Внутренний круг диаметром 30 см, внешний круг 1 метр

Представим, что решили добыть марала на дистанции 750 метров и для этого хотим сравнить вероятность попадания в зону поражения с первого выстрела при стрельбе из винтовки с кучностью 2 MOA и 0,2 MOA. Марал крупный зверь и зона поражения вроде как большая - 30 сантиметров. Берем винтовку с кучностью 2 MOA. На дистанции 750 метров это соответствует зоне попадания 44 сантиметра, за границы которой пули, конечно, тоже улетают с определенной вероятностью. При кучности 2 MOA, определенной по 7 выстрелам, отклонение отдельных выстрелов относительно зоны поражения уже может быть значительно больше 30 сантиметров. Точка прицеливания совмещена с центром мишени круга, целью (зоной поражения) на рис. 15 считаем внутренний круг диаметром 30 сантиметров. Диаметр большого круга 1 метр. При единственном выстреле с кучностью 2 MOA в каждой из семи попыток реализовано одно из двух событий – попадание в зону поражения или промах. Из 7 выстрелов верхнего ряда из винтовки с кучностью 2 MOA только 2 попали в цель – по счастливой случайности на границу зоны попал первый выстрел и в круг попал второй. Остальные 5 выстрелов прошли мимо. То есть, если бы мы, отрегулировав прицел точно на центр мишени, сделали 7 выстрелов,

то попали бы в цель только 2 раза, при этом не попал пять раз подряд. А если бы мы сделали единственный выстрел в идеальных условиях, и он был бы как первый на фото верхнего ряда, он попал бы на границу зоны поражения. Это при идеальном учете ветра и при отсутствии ошибок стрелка. А дальше начинаем добавлять возможные проблемы, которые мешают сделать точный выстрел. Это смещение СТП от центра прицеливания, умение работать с ветром, технические ошибки при производстве выстрела, волнение. В итоге можно суммарную кучность ухудшить в два раза, приняв ее как 4 MOA, и координаты точек попадания на верхних мишенях раздвинутся от центра прицеливания тоже в 2 раза. Тогда ни один из 7 выстрелов не попадет в зону поражения. Список проблем можно еще расширить, но даже перечисленных выше уже достаточно, чтобы выйти далеко за зону поражения. Оцениваем при учете всех факторов вероятность попадания в зону поражения при одном выстреле и понимаем, что она достаточно мала, значительно меньше, чем 1/7. А это или промах, или еще хуже подранок. Этот анализ позволяет видеть, что добыть марала на дистанции 750 метров винтовкой с кучностью 2 MOA с первого выстрела не получится, если не надеяться на очень редкую удачу первого выстрела.

Рассмотрим теперь эту же задачу с вариантом винтовки кучностью $0,2 MOA$, на которую, например, настраиваются винтовки *Sako TRG 42* в калибре $.338 LM$. Моделируем ту же самую ситуацию. В нижнем ряду мишеней на рис. 15 при кучности винтовки $0,2 MOA$ можно видеть, что все 7 выстрелов с запасом попали в цель. Таким образом попадание в цель во втором случае 100% из 7 выстрелов. Добавляем все другие факторы кучности, ухудшая оценку в два раза, и видим, что при этом ни один выстрел не выходит за зону поражения, вероятность попадания с первого выстрела остается достаточно высокой и добыть марала на дистанции 750 метров с первого выстрела из винтовки *Sako TRG 42* в калибре $.338 LM$ с кучностью $0,2 MOA$ скорее всего получится.

Этот анализ позволяет увидеть, что при самом неблагоприятном раскладе промахнуться можно в обоих случаях, но вероятность промаха при кучности винтовки $2 MOA$ недопустимо велика, и стрелять не стоит, в то время как вероятность промаха винтовки с кучностью $0,2 MOA$ намного меньше, чем вероятность попадания, можно рисковать, и это становится принципиальным моментом для принятия решения.

Эти примеры показывают, что, зная координаты точек попадания, закон распределения пробойн, среднюю кучность винтовки, среднее квадратическое отклонение, ошибки в определении средней кучности и имея инструменты расчета, мы можем проводить анализ, прогнозировать вероятные координаты точек попадания, результаты стрельбы на кучность и управлять кучностью в значительно большем объеме, чем дают только натурные стрельбы. Глубокое знание своей винтовки позволяет правильно организовать тренировочный процесс, быстро ориентироваться в своем месте среди участников соревнований и оценивать вероятные результаты, сравнивая свои показатели с показателями соперников. Эти знания могут с успехом использоваться как для прогноза кучности следующих групп в спорте, так и для оценки вероятности попадания при единственном выстреле на охоте.

Наши примеры мы построили в основном на использовании в качестве показателя кучности экстремального размера группы. Какому показателю кучности из двух нужно отдать предпочтение при оценке кучности – экстремальному размеру группы d или среднему радиусу группы R , вы должны решить сами. Мы бы рекомендовали вести расчет кучности по двум показателям. Со временем выберите тот, который вам больше подходит.

Все расчеты таблиц кучности и графиков зависимостей построены на предположении о нормальном законе распределения пробойн. Однако в области очень высокой кучности распределение может иметь другой закон [7], и под этот закон таблицы кучности будут другие. Но это уже отдельная тема исследований.

На основе проведенных исследований планируется создать программный комплекс с удобным сервисом для стрелков, позволяющим проводить расчеты и моделирование результатов стрельбы, аналогично тому, как это сделали мы.

Выводы

1. В качестве параметров показателя кучности предлагается использовать их среднее значение, среднее квадратическое отклонение, минимальное и максимальное значение кучности в выборке, минимальное и максимальное значение средней кучности, определенное с заданной доверительной вероятностью по координатам точек попадания в мишень.

2. В качестве показателей кучности предлагается использовать при настройке винтовки экстремальный размер группы, а при оценке кучности еще средний радиус точек попадания с определением координат СТП и дрейфа СТП при разных навесках и глубине посадки пули или при переводе прицела с одной мишени на другую. Также предлагается фиксировать и заносить в базу данных координаты всех точек попадания при одной точке прицеливания, в том числе для объединения всех групп в одну общую.

3. Впервые предложен научно обоснованный критерий оптимального количества групп и числа выстрелов в группе для оценки кучности. В качестве такого критерия может быть использована точность оценки среднего значения кучности при стрельбе группами. Возможно, это единственный параметр, который позволяет обосновать количество групп и число выстрелов в группе при оценке кучности. Для выбора количества групп и числа выстрелов в группе, необходимых для оценки кучности с заданной точностью или наоборот для определения точности, соответствующей заданному количеству групп и числу выстрелов в группе, построены таблицы кучности в форме, удобной для практического применения.

4. Знание показателей средней кучности винтовки D , среднего квадратического отклонения групп σ_d и среднего квадратического отклонения σ_D среднего значения кучности позволяет делать прогноз кучности групп и разброса точек попадания по планируемым стрельбам на основе имеющейся информации о координатах точек попадания и показателях кучности винтовки. При известных параметрах d , D , σ_d и σ_D , или R , R_{cp} , σ_R и σ_{Rcp} а также других параметрах законов распределения пробойн на мишени решаются вопросы прогнозирования вероятных значений размеров групп. По результатам обработки кучности групп и пробойн на мишени можно также восстановить закон и параметры распределения пробойн и прогнозировать вероятные координаты точек попадания на мишени и вероятность попадания в цель радиусом r .

Список литературы:

1. Богословский В.Н., Кадомкин В.В. Метод оценки кучности нарезного гражданского оружия // Universum: технические науки. - 2022.- № 11(104). С. 34-46.
2. Богословский В.Н., Кадомкин В.В., Жуков И.Г. Методы настройки спортивной винтовки на экстремальную кучность. Теория и практика. // Universum: технические науки. – 2022.-№12(105). С. 41-53.
3. Богословский В.Н., Кадомкин В.В., Жуков И.Г. Настройка винтовки калибра 6.5x47 на экстремальную кучность в условиях миража и других мешающих факторов. // Universum: технические науки. - 2022.- № 4(109). С. 4–14.
4. Богословский В.Н., Кадомкин В.В., Жуков И.Г. Показатели кучности нарезного гражданского оружия // Universum: технические науки. - 2022.-№11(104). С. 4–14.
5. Богословский В.Н., Кадомкин В.В., Жуков И.Г. Математические модели, описывающие закономерности рассеивания пробойн и показатели кучности при спортивной стрельбе по мишеням. Аналитический обзор. // Universum: технические науки. - 2024.- № 4(121_3). С. 45-62.
6. Богословский В.Н., Кадомкин В.В., Жуков И.Г. Показатели кучности спортивной и охотничьей винтовки. Аналитический обзор. // Universum: технические науки. - 2024.-№4 (121_3). С. 29-44.
7. Богословский В.Н., Кадомкин В.В., Жуков И.Г. Закономерность распределения пробойн на мишени при стрельбе из спортивной высокоточной винтовки // Universum: технические науки. - 2022.-№ 11(104). с. 24–31.
8. Записки Флинта: два, три, четыре, пять...// Оружейный форум [Электронный ресурс] URL <https://guns.allzip.org/topic/2/483355.html>. (Дата обращения 20.10.2022).
9. Игорь Жуков. «Идеальный выстрел – это просто!» - Москва. Издание «Издательство книг ком». 2023, 416 с
10. Обобщенное распределение экстремальных значений [Электронный ресурс] URL <https://wikipedia.ru> (Дата обращения 20.10.2022).
11. Распределение Рэлея. <https://translated.turbopages.org/>
12. Центральная предельная теорема теории вероятностей // Математический форум Math Help Planet [Электронный ресурс] URL mathhelpplanet.com. (Дата обращения: 20.10.2022).
13. Ballistic Accuracy Classification [Электронный ресурс] URL <https://ballistipedia.com> (Дата обращения 14.03.2024).
14. [Электронный ресурс] URL <http://ballistipedia.com> (Дата обращения 20.10.2022).
15. Bryan Litz. Accuracy and Precision for Long Range Shooting: A Practical Guide for Riflemen. Applied Ballistics LLC, 2011.-578 p.

**ПОКАЗАТЕЛИ КУЧНОСТИ СПОРТИВНОЙ И ОХОТНИЧЬЕЙ ВИНТОВКИ.
АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР****Богословский Владимир Николаевич***д-р техн. наук,
РФ, г. Москва
E-mail: ynbog@mail.ru***Кадомкин Виктор Викторович***канд. техн. наук,
доц. кафедры Информационно-аналитические системы кибербезопасности,
Российский технологический университет МИРЭА,
РФ, г. Москва***Жуков Игорь Геннадьевич***двукратный чемпион Европы по бенчресту,
РФ, г. Новосибирск***ACCURACY INDICATORS OF SPORTS AND HUNTING RIFLES.
ANALYTICAL REVIEW****Vladimir Bogoslovskii***Doctor of Technical Sciences,
Russia, Moscow***Viktor Kadomkin***Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor of the Department of Information Security,
Russian Technological University MIREA,
Russia, Moscow***Igor Zhukov***Two-time European champion in benchrest,
Russia, Novosibirsk***АННОТАЦИЯ**

В статье проведен анализ показателей, применяемых для оценки кучности спортивных и охотничьих винтовок. Статья полезна спортсменам, занимающимся стрелковым спортом, охотникам, а также всем любителям высокоточной стрельбы из нарезного оружия.

Работа выполнена в интересах спортивного стрелкового сообщества по инициативе и на собственные средства авторов на основе открытых источников информации.

ABSTRACT

The article analyzes the indicators used to assess the accuracy of sports and hunting rifles. The article is useful for athletes engaged in shooting sports, hunters, as well as all fans of high-precision shooting from rifled weapons.

The work was carried out in the interests of the sports shooting community on the initiative and at the authors' own expense on the basis of open sources of information.

Ключевые слова: показатели кучности, спортивная и охотничья винтовки.

Keywords: accuracy indicators, sports and hunting rifles.

Точность и кучность – два показателя, которые необходимы для оценки результатов стрельбы по целям [13]. Точность (меткость) стрельбы – наверное одно из самых известных определений, которое описывает, насколько точка попадания находится близко к точке прицеливания. Это важнейший показатель

в снайпинге, ф-классе и других спортивных стрелковых дисциплинах, а также на охоте. Точность – это мера того, насколько близко выстрелы располагаются от точки прицеливания или от предполагаемой точки попадания, за которую часто принимается центр мишени. Можно ли определить точность по одному

выстрелу? С большой натяжкой и оговорками да, но все же точность – это близость множества выстрелов к центру цели, и через это понятие она тесно связано с кучностью. Кучность – это то, насколько плотно выстрелы по мишени группируются друг к другу в какой-то точке мишени. По сути кучность – это повторяемость точек попадания выстрелов, разброс между ними без привязки к точке прицеливания. Кучность нарезного оружия является важнейшим показателем, определяющим успех как в спортивных соревнованиях, так и на охоте.

Перед тем, как обсуждать показатели кучности, напомним о правилах их расчета. Поскольку оценка кучности винтовки не должна зависеть от дистанции стрельбы, ее связали с угловыми величинами, введя для этого показатели MOA (Minute Of Angle) или миллирадиан MILs (Milrad). MOA и MILs – показатели измерения угла дисперсии выстрела (рис. 1). Лучше ли одна система чем другая? Не обязательно. Прицелы с перекрестием Mildot могут быть удобны для определения дистанции, а ввод поправок на базе MOA точно работает на понятной дистанции. Для цели на расстоянии 100 ярдов угловой интервал 1 MOA, одна минута или $1/60$ градуса, определяется как удвоенное произведение тангенса половины угла на 100: $a=2 \cdot 100 \cdot \operatorname{tg}(1/60/2) = 0,02909$ ярда, или $= 2,6599$ см с учетом того, что 1 дюйм равен $2,54$ см. Учитывая, что один ярд равен 36 дюймам, 1 MOA очень близок, но не совсем равен одному дюйму:

$$a_1 = 1 \text{ MOA} = 0,02909 \cdot 36 = 1,0472 \text{ inches на } 100 \text{ ярдах.}$$

Чтобы определить кучность в MOA на 100 ярдах, например, по показателю экстремального размера группы d , нужно измерить размер a группы в дюймах и поделить на это число: $d=a/a_1=a/1,0472$, где d – кучность группы в MOA, a – размер группы в дюймах.

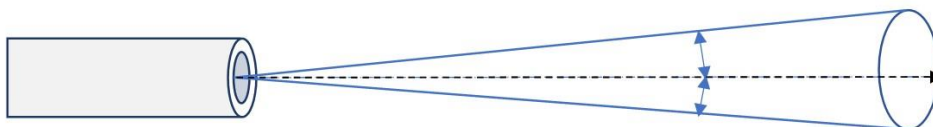


Рисунок 1. Измерение углового отклонения точек попадания пули в мишень

При других дистанциях кучность приводится к кучности на дистанции 100 ярдов или 100 метров линейным преобразованием. Например, размер группы на дистанции 200 м делится на размер группы 1 MOA, который в 2 раза больше размера группы 1 MOA на дистанции 100 м. Обычно дистанцию делят на 100 м и получают коэффициент, на который делят размер группы. Например, размер группы на дистанции 300 м равен $a = 3,96$ дюйма или $a = 10,06$ см (рис. 2б). Дистанция 300 м в три раза длиннее дистанции 100 м. Поэтому размер $a = 10,06$ см делим на $2,9089$ см и еще на коэффициент 3 и получаем кучность $d = 10,06/2,9089/3 = 1,15$ MOA. Для дистанции 700 м (рис. 2в) имеем размер группы 4,8 см или 1,74 дюйма. Дистанция 700 м в 7 раз больше дистанции 100 м, поэтому получаем кучность $d=4,8/2,9089/7 = 0,24$ MOA.

Если, например, размер a измеряется как 0,785 дюйма на дистанции 100 ярдов, то кучность группы будет равна $d=0,785/1,0472=0,75$ MOA, независимо от количества произведенных выстрелов. На практике при невысокой кучности иногда допустимым приближением является приравнивание расстояния в один дюйм в 100 ярдов к 1 MOA. В этом случае измеряют расстояние d между наиболее отдаленными друг от друга пробоинами на дистанции 100 ярдов и затем стрелок преобразует это расстояние в MOA, используя линейное приближение $d = a$, 1 MOA = 1 дюйм на 100 ярдов.

В российском стрелковом спорте вместо ярдов применяют метры. Учитывая, что 100 ярдов равно 91,440 метра, вводится еще одна поправка 1,0936. Например, на мишени, показанной на рисунке 2, для 4-х выстрелов на 100 м мы имеем размер группы 0,86 дюйма и кучность $d = 0,86/1,0472/1,0936 = 0,75$ MOA. Если необходимо измерять расстояние d в миллиметрах, то перевод дюймов в миллиметры осуществляется по формуле $(d)_{\text{мм}} = (d)_{\text{дюймы}} \cdot 25,4$, учитывая, что 1 дюйм равен 25,4 мм. Можно сказать, что группа из четырех выстрелов на рис. 2 имеет размер $d = 0,86$ дюймов или $0,86 \cdot 25,4 = 21,84$ мм, измеренный как расстояние от центра до центра между двумя самыми дальними точками попадания. Угловой интервал 1 MOA на 100 метрах равен: $d = 1 \text{ MOA} = 2,6599 \cdot 1,0936 = 2,9089$ см. Для определения кучности в MOA на дистанции 100 м (рис. 2а) измеренное на мишени значение d в см нужно разделить на 2,9089, а измеренное непосредственно в дюймах – на 1,1452. Например, размер $a = 2,1840$ см делим на 2,9089 см и получаем кучность $d = 2,1840 / 2,9089 = 0,75$ MOA или $a = 0,86$ дюймов делим на 1,1452 и тоже получаем кучность 0,75 MOA.

Другим измерением, которое обычно используют в стрельбе, является MIL, сокращение от milliradian, или одна тысячная часть радиана. Если перевести 2π радианов в 360 градусов, то миллирадиан равен: $1 \text{ MIL} = (180/1000/\pi) \text{ deg} = 0,057296 \text{ deg}$. Учитывая, что 1 MOA равен $1/60 = 0,01667 \text{ deg}$, $1 \text{ MIL} = 3,4377 \text{ MOA}$. На дистанции 100 метров размер группы в 1 MIL практически равен 10 см (10,000418 см). Таким образом, $1 \text{ MIL} = 10$ см на 100 метрах. Чтобы получить кучность по экстремальному размеру группы в MIL на дистанции 100 метров, нужно измерить размер группы a в см и разделить на 10: $d = a/10 \text{ MIL}$.

Для других показателей кучности, например, для среднего радиуса пробоев R линейные преобразования будут те же самые, читатели их могут сделать сами по аналогии.

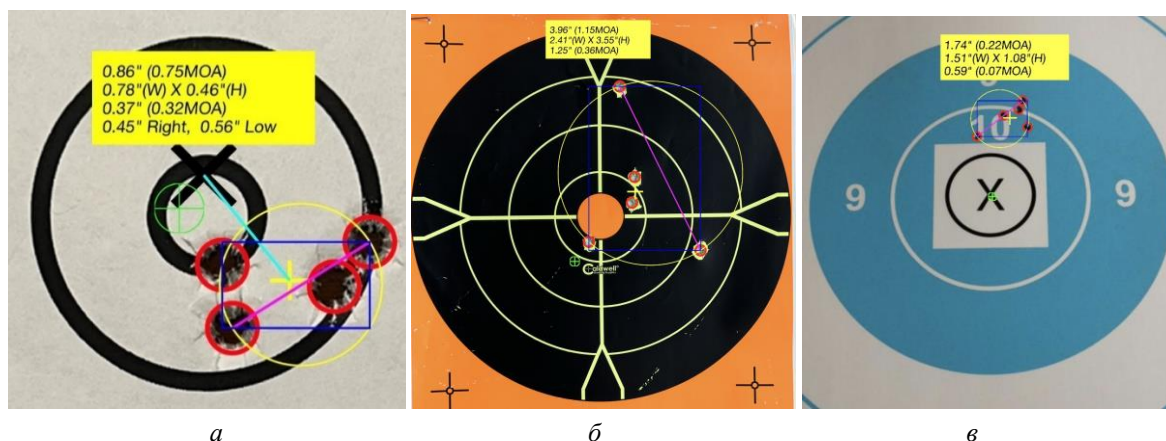


Рисунок 2. (а) дистанция 100 м, размер группы 0,86 дюйма, кучность по экстремальному размеру группы 0,75 MOA, по среднему радиусу группы 0,32 MOA; (б) дистанция 300 м, размер группы 3,96 дюйма, кучность 1,15 MOA; (в) дистанция 700 м, размер группы 1,74 дюйма, кучность 0,22 MOA

Большинство стрелков-спортсменов привыкло, что кучность характеризуется одним показателем – экстремальным размером группы d [6] и одним его параметром (кучность группы или средняя кучность групп). Это просто, но на этом достоинства одной цифры одного показателя - экстремального размера группы в описании всей сложной картины распределения пробоев на мишени кончаются. Чтобы понять эту мысль, давайте представим, что вы смотрите на мишени и пытаетесь описать словами, что вы на них видите. Вот идут сдвоенные пары, вот пошли отрывы, здесь пробойны создали полосу, а здесь правильный треугольник, здесь СТП ушло вниз, здесь виден ветровой снос по диагонали. Где-то видны четкие круглые пробойны, а где-то легли «утюги». Опытный глаз схватывает множество деталей на мишени и по их совокупности пытается принять решение о корректировке навески, глубины посадки пули, учету внешних условий или технике стрельбы. Если кропотливо описать словами все, что вы видите на мишенях, то, пожалуй, текста хватит на целую страницу. В связи с этим возникает вопрос: можно ли описать все разнообразие картины пробоев на одной мишени одним словом, одним показателем или одной цифрой? А на нескольких мишенях? Можно ли по одному слову или по одной цифре прогнозировать все возможные результаты стрельбы в будущем? Так же, как и словами, картину пробоев на мишени и тем более на нескольких мишенях можно описать разными показателями, разными их параметрами и разными цифрами. Как и слов, цифр для полного описания картины кучности тоже может быть много. Привычка оценивать кучность одним параметром одного показателя, на наш взгляд, является просто устоявшейся традицией, когда все расчеты делались вручную. Для подтверждения этой мысли можно напомнить о другой традиции - стрелки не сомневаются, что при измерении начальной скорости пули нужно обязательно смотреть ее разброс, минимальное и максимальное значение или среднее квадратическое отклонение, то есть, в этом случае используют по крайней мере два параметра скорости – среднее значение скорости и ее разброс относительно среднего.

А могут еще и оценить ошибку в определении среднего значения скорости. Почему же для оценки кучности общепринято использовать только одну цифру – размер, полученную по одному показателю – экстремальному размеру группы? Всегда ли этого достаточно для оценки кучности и управления кучностью?

Полное описание распределения пробоев на мишени и кучности в компактном виде возможно через закон распределения пробоев и все его параметры с учетом точности их оценки [2, 3]. Но это наверно было бы слишком сложно для стрелков. На наш взгляд, должен быть оптимальный баланс между простотой и полнотой описания того, что мы называем кучностью. Стрелок не должен делать ошибок в оценке кучности из-за неоправданно упрощенного подхода, но вместе с тем он не должен из стрелка превращаться в специалиста по статистическим методам. Одна из целей нашей статьи – показать, что описание кучности по картине пробоев на мишени одной цифрой может оказаться недостаточным для ответов на многие вопросы и предложить компромисс между полнотой описания и лаконичностью, дополнив параметры и используя также другие показатели. У профессионалов – оружейников полное описание кучности на основе распределения точек попадания делается уже давно, первые работы по описанию закономерностей рассеивания точек попадания пуль и снарядов появились почти 200 лет назад и с тех пор непрерывно совершенствуются. Специалисты пришли к определенному согласию в отношении описания закономерностей рассеивания пуль. Например, в работе [7] записано, что «...при большом количестве выстрелов рассеивание пуль подчиняется определенному закону рассеивания, сущность которого заключается в следующем:

- пробойны располагаются на площади рассеивания неравномерно, наиболее густо группируясь вокруг СТП;
- пробойны располагаются относительно СТП симметрично, так как вероятность отклонения пули в любую сторону от СТП одинакова;
- площадь рассеивания всегда ограничена некоторым пределом и имеет форму эллипса (овала)».

В силу этого закона в целом пробойны располагаются на мишени закономерно. Это позволяет определить закон рассеивания пробойн, рассчитать его параметры, оценить точность полученных цифр и значит, дать полную характеристику кучности. Отметим, что для мишеней больше характерно круговое рассеивание.

В отличие от профессиональной деятельности, спортсмены используют упрощенную систему оценки кучности, чаще всего основанную на расчете только среднего значения одного выбранного показателя, как правило экстремального размера группы. Но даже в стрелковом спорте в зависимости от решаемых задач показателей кучности и их параметров может быть несколько, даже в самом простом случае и для самых простых задач. Но достаточно много задач, когда присущая винтовке кучность, выражаемая через группы на мишени, в которые она может стрелять на определенной дальности, должна быть описана как можно точнее и полнее. При этом для разных задач описание рассеивания пулевых пробойн на мишени требует различных показателей и их параметров. Некоторые из них легче рассчитать, чем другие, некоторые легче понять, чем другие, некоторые легче использовать, чем другие.

В описании и формулах показателей будем исходить из того, что мы хорошо видим на мишени все выстрелы и точно знаем, сколько выстрелов было произведено в мишень, и что мы можем с высокой точностью определить координаты центров пробойн

(x , y) и края пробойны для каждого выстрела. Таким образом, описание обработки нечетких рваных пробойн и «утюгов на бумаге» с неясным числом выстрелов и абстрактные рассуждения о том, «полетело в одну дыру или не полетело», «попала в ту же точку или вообще не попала в мишень» не входит в наши цели. Будем оценивать только правильные мишени.

Кучность одних и тех же пробойн может быть оценена разными цифрами в зависимости от выбранного показателя. На рис. 3б в желтом прямоугольнике представлен расчет кучности по экстремальному размеру группы d и по среднему радиусу группы R , сделанный по программе SubMOAPro [18]. Кучность группы по экстремальному размеру группы d на рис. 3б оценена как 0,75 MOA, а кучность этой же группы по среднему радиусу R равна 0,32 MOA. Экстремальный размер группы на рис. 3б равен 0,75, а в MILs эта же кучность равна 0,22. Более того, разные показатели ведут себя по-разному при изменении кучности и характера пробойн на мишени, проявляя разную чувствительность к ним и по-разному изменяясь. Одни показатели характеризуют закономерность расположения всех пробойн на мишени и учитывают каждый выстрел, другие отражают только расстояние между крайними пробойнами, не учитывая никакой информации о других пробойнах. Эти показатели несопоставимы между собой, то есть, не могут быть пересчитаны один в другой.



Рисунок 3. Группа из 4 выстрелов. Дистанция 100 м. Размер группы 0,86 дюйма или 2,18 см. Кучность по экстремальному размеру группы $d = 0,75$ MOA, кучность по среднему радиусу группы $R_{cp} = 0,32$ MOA.

Кучность в MILs равна 0,22. Точка прицеливания на 12 часов по внутренней части малого круга.

СТП смещено относительно точки прицеливания на 0,45 дюйма вправо и на 0,56 дюйма вниз

Ниже мы приводим подробные сведения о применяемых в стрелковом спорте и в профессиональной деятельности показателях кучности и даем характеристику каждому показателю. По результатам проведенного нами анализа разных источников [1-4, 5-7, 11-17, 19] основными показателями кучности спортивных винтовок для оценки результатов стрельбы по мишеням группами можно считать:

1. экстремальное расстояние между центрами пробойн d (extreme spread, ES);
2. средний радиус точек попаданий R_{cp} (mean radius MR);
3. медиана (mediana);
4. диагональ (diagonal);
5. показатель качества (a figure of merit FOM);

6. радиус охватывающей окружности (Covering Circle Radius CCR) R_{100} ;

7. отклонения по горизонтали и вертикали (Horizontal and Vertical Variance) σ_x, σ_y ;

8. радиальное среднее квадратическое отклонение RSD (radial standard deviation RSD);

9. круговое вероятное отклонение (KBO) (Circular Error Probable (CEP))

10. наивероятнейший промах \mathbf{B} .

Для каждого показателя могут быть вычислены параметры положения (среднее значение, медиана, мода), параметры отклонения от среднего значения (среднее квадратическое отклонение и другие) и параметры точности (интервал, в котором находится среднее и среднее квадратическое значения показателя с заданной доверительной вероятностью). То есть, каждый показатель кучности описывается не одной цифрой, а системой параметров, свойственных данному показателю и необходимых для полного описания кучности.

Для стрелков-любителей интерес представляет оценка кучности ясным и доступным методом с разумными затратами патронов. Им хотелось бы отдать приоритет одному или максимум двум показателям, не больше, и одному или двум его параметрам, например, среднему значению и среднему квадратическому отклонению. Тогда какой же показатель из приведенных предпочтительнее не в профессиональной деятельности, а для оценки кучности в спорте и на охоте? Как правильно выбрать показатель кучности и его параметры и каким образом можно четко связать рассеивание пробоин на мишени с характеристиками групп, которые будет производить винтовка, количеством групп и общим количеством выстрелов?

Мы оценили разные показатели кучности по трем критериям: простота и ясность интерпретации, известность у стрелков, информативность и статистическая корректность.

Самым известным и наиболее часто применяемым является показатель экстремального расстояния между центрами пробоин d (*extreme spread, ES*). Стрелки-любители обычно используют только этот показатель и практически всегда при стрельбе несколькими группами ограничиваются только одним его параметром - его средним значением.

В связи с появлением программ обработки мишеней растет популярность другого показателя - среднего радиуса точек попаданий R (*mean radius, MR*). Сразу скажем, что при наличии программ обработки мишеней мы бы рекомендовали рассчитывать оба этих показателя и ниже поясним почему.

Им по применимости сильно уступают все остальные показатели - медиана (*mediana*), диагональ (*diagonal*), показатель качества (эффективности) (*FOM*), радиус охватывающей окружности R_{100} , радиальное среднее квадратическое отклонение RSD (*radial standard deviation*), отклонения по горизонтали и вертикали σ_x, σ_y , круговое вероятное отклонение (*KBO*) или (*Circular Error Probable, CEP*), и наивероятнейший промах \mathbf{B} .

Рассмотрим эти показатели кучности подробнее.

В стрелковом спорте, где кучность очень высокая, для повышения различимости пробоин, как правило, стреляют малыми группами по разным мишеням. При этом кучность группы часто определяют как экстремальное расстояние d между центрами наиболее удаленных пробоин (рис. 4а). Показатель экстремального расстояния между центрами пробоин d , несмотря на меньшую информативность, выделяется среди всех своей надежностью и простотой: стрелкам остается всего лишь точно измерить максимальное расстояние между краями пробоин в каждой группе, вычесть из него диаметр пули и перевести в угловые величины. Согласитесь, это очень удобно.

Экстремальное расстояние между пробоинами d (*extreme spread*) в чистом виде применяется в бенчресте. Пожалуй, единственный вид соревнований на кучность, в котором не имеет значения, где окажется группа относительно точки прицеливания – это бенчрест [6]. Все, что важно – насколько близко окажутся точки попадания относительно друг друга, то есть кучность. Однако в бенчресте есть одна особенность – всего один случайный отрыв может сильно раздвинуть группу, даже если все остальные выстрелы легли кучно, и мы об этом еще поговорим. Победитель определяется по среднему размеру пяти групп [6]. Как правило, отрыв происходит не из-за разброса винтовки, а из-за ветра, поэтому применять показатель экстремального размера группы не для выявления победителя соревнований, а для оценки кучности винтовки нужно с определенными ограничениями по условиям стрельбы. Второй нюанс – судьи в бенчресте, конечно, не озабочены оценкой разброса кучности групп относительно среднего, этот показатель, важный для прогнозирования результатов стрельбы группами, находится за пределами их ответственности. Им для выявления победителя в соответствии с установленными правилами достаточно знать экстремальный размер каждой из пяти групп, чтобы по ним вычислить среднее значение.

Средняя кучность D по этому показателю практически всегда определяется как среднее арифметическое значение кучности групп:

$$D(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i.$$

где: d_i – кучность i -ой группы, n - количество групп.

При использовании показателя экстремального расстояния между пробоинами d размер групп оценивается между центрами наиболее удаленных пробоин (рис. 4, пробоины 2–3), иногда обозначается еще как «с–t–с», но на практике определяется как расстояние между краями пробоин, из которого вычитается диаметр пули. Такой способ измерения размера группы принят из-за того, что в бенчресте очень высокая кучность, иногда в одну пробоину попадает сразу несколько пуль, и тогда измерить расстояние между центрами пробоин нет никакой возможности.

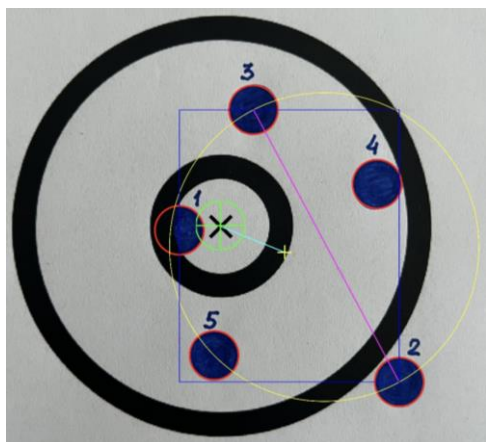


Рисунок 4. Экстремальное расстояние между пробойнами d_{2-3} , X - точка прицеливания, желтый крестик - СТП, желтая большая окружность – показатель R_{100}

Измерения экстремального размера групп проводятся специальными штангенциркулями с лупами и линейками, иногда применяют даже микроскопы.

Но в остальном стрелковом мире этот показатель также применяется очень часто в силу его простоты и удобства. Согласитесь, очень удобно просто измерить размер группы и вычесть из него диаметр пули. Изучению распределения экстремального размера групп в теории вероятности посвящено очень много работ [9]. Это, пожалуй, самый простой показатель, но на практике он не учитывает много другой информации о кучности группы – вид распределения, характер расположения всех пробойн, обусловлен ли размер грубым отрывом или это размер правильной группы и многое другое.

Что же мы на самом деле определили, когда измерили размер группы d ? С научной точки зрения, всего лишь экстремальное расстояние между двумя точками без учета других расстояний между всеми точками, которое не содержит информации о том, как легли все остальные пробойны на мишени. Его можно сравнивать с такими же измерениями размеров групп других стрелков, но достаточно ли этого показателя для описания кучности винтовки как ее свойства обеспечивать повторяемость точек попадания выстрелов?

Брайан Литц [13] по поводу экстремального размера группы заметил: «Измерение экстремального разброса групп выстрелов выполняется быстро и легко, но на самом деле это не очень хороший показатель кучности. Что я подразумеваю под хорошим показателем? Хороший показатель должен давать вам полезную информацию, которую вы можете использовать для принятия правильных решений. Если посмотреть на экстремальный разброс группы из 5 выстрелов, то этот показатель определяется только 2 выстрелами из 5. Другими словами, при измерении учитывается только 40% выстрелов. Что еще хуже, для группы из 10 выстрелов используется информация только по 20% от общего количества выстрелов. Экстремальный разброс определяется лишь небольшой частью общего количества доступных выстрелов». Можно добавить, что экстремальный размер группы — это просто показатель, используемый для определения победителей по правилам соревнований в бенчресте, который принят для упрощенной оценки результатов стрельбы и в других видах стрелкового спорта.

Брайан Литц, конечно, не одинок в этом мнении. Математики понимают проблему по-своему [12]. Они говорят, что «типы измерений экстремальных характеристик используются чаще, потому что их легче вычислить. Но они статистически намного слабее, потому что игнорируют внутренние точки данных». «Это наименее эффективные статистические данные, но они также наиболее часто используются, потому что их так легко измерить в полевых условиях и они так знакомы стрелкам» [12].

В чем еще подводные камни использования этого показателя? Математики также указывают на то, что экстремальный размер группы и другая подобная статистика всегда будет увеличиваться в размерах по мере увеличения количества выстрелов. Экстремальный размер зависит от количества выстрелов в группе. Приведем пример. Давайте представим, что стрелок производит в каждую мишень не по три выстрела, а разное количество – по 3, 5, 7, 10. Оказывается, что по мере увеличения числа выстрелов в группе экстремальный размер группы d у одной и той же винтовки будет постепенно увеличиваться (рис. 5, верхний синий график).

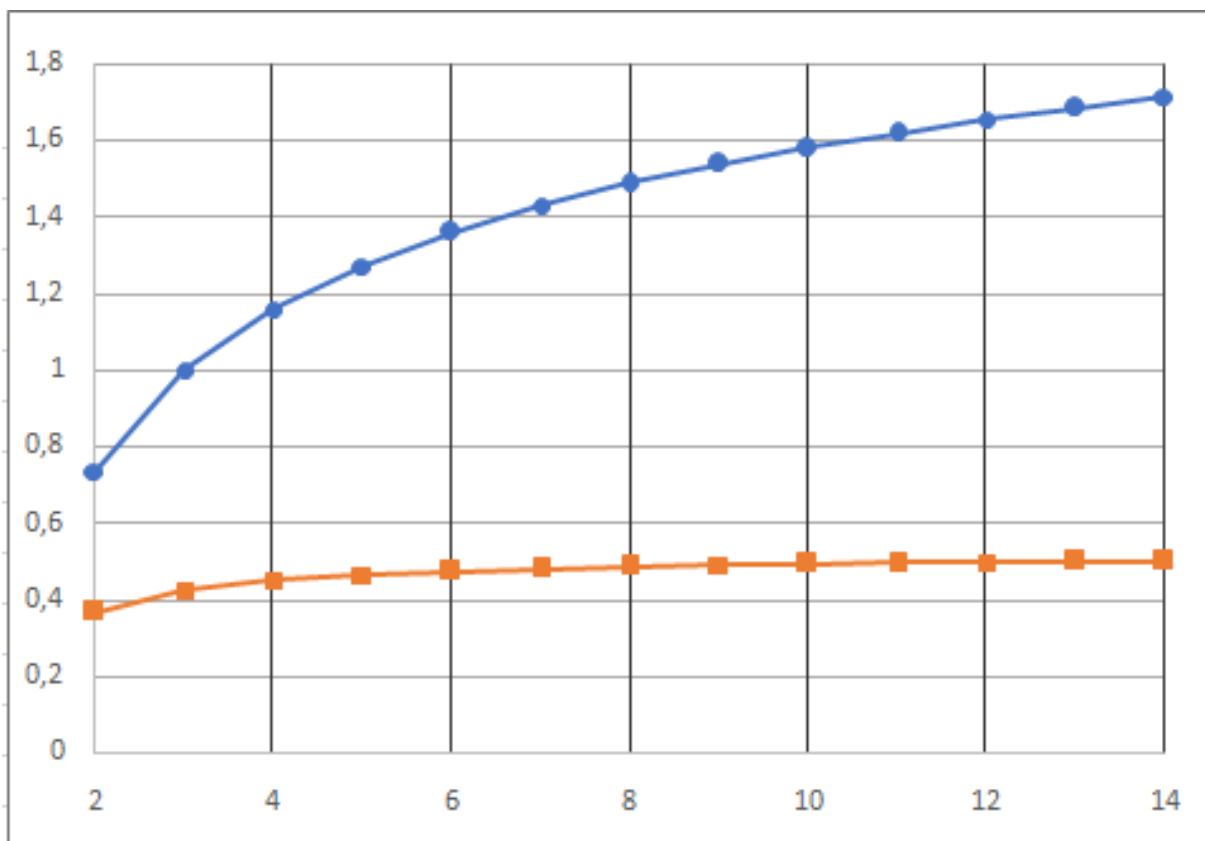


Рисунок 5. Зависимость размера группы d и среднего радиуса группы R от количества выстрелов в группе. Верхняя (синяя) линия d , нижняя (красная) линия R

Получается, что значение экстремального размера группы d зависит от количества сделанных выстрелов в группе (рис. 5), и этот часто упускаемый факт мы тоже разберем подробнее. Это происходит за счет того, что вероятность появления больших размеров групп за счет отрывов и перекрестных размеров постоянно повышается скачками с увеличением выстрелов в группе. На рис. 6 видно, что экстремальный размер группы с ростом числа выстрелов с 3 в одной группе до 42 общей группе, объединившей выстрелы 14 групп, полученной наложением мишеней друг на друга при общей точке прицеливания, из-за появления пробоев, отстоящих все дальше друг от друга, вырос в 7,3 раза - с 0,29 MOA до 2,12 MOA! (рис. 7). Конечно, здесь нужно обратить внимание на то, что реальный размер объединенной группы на практике всегда больше рассчитанного исходя из нормального закона распределения, поскольку содержит некоторое количество отрывов и смещения точек прицеливания, которые не закладываются в расчеты.

Таким образом оценка кучности одной и той же винтовки по первой группе из 3 выстрелов (рис. 6а) дает значение 0,29 MOA, а по общей группе из 42 выстрелов при наложении мишеней друг на друга достигает значения 2,12 MOA. Получается, что если экстремальный размер группы использовать в качестве показателя кучности винтовки, то она ухудшается в зависимости от числа выстрелов? Но это противоречит логике. Кучность конкретной винтовки не может зависеть от количества выстрелов. Средняя кучность винтовки – по определению и здравому смыслу это константа, не зависящая от количества выстрелов в группе. Значит, экстремальный размер группы не является достаточным показателем кучности? Ну скажем так, его можно принять как самый простой оценочный показатель кучности при заданном числе выстрелов в группе, который можно применять с некоторыми условиями и ограничениями.

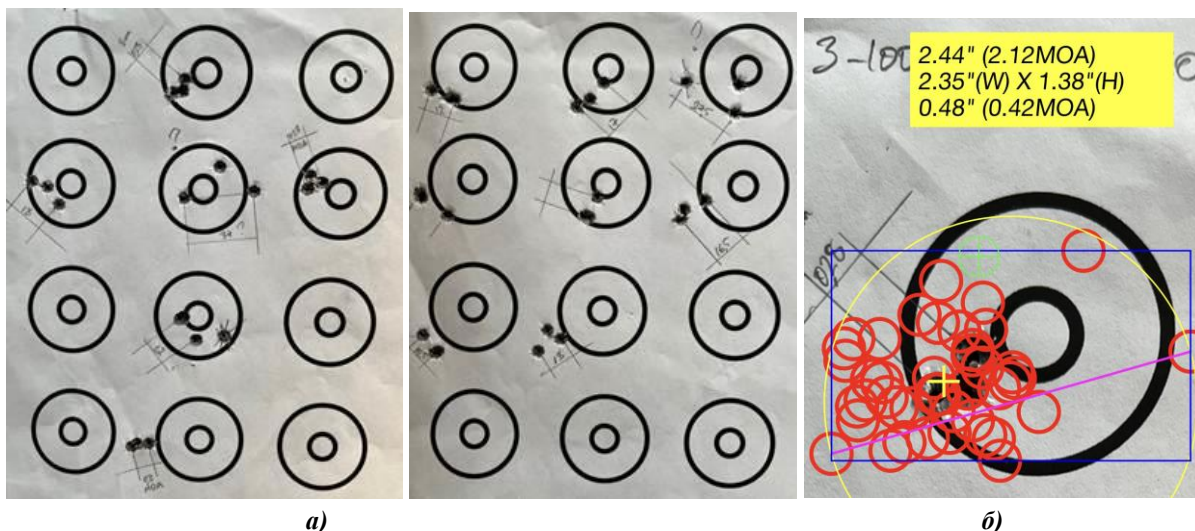


Рисунок 6. 14 групп по 3 выстрела, с кучностью 0,29 – 1,21 MOA, полученные при оценке кучности винтовки Sauer 100 на дистанции 100 м во время обдувки гильз; б - Перенесенные на одну мишень пробойны этих 14 групп с кучностью 0,29-1,21 MOA, общая кучность по показателю $d = 2,21$ MOA, по показателю $R_{cp} = 0,42$ MOA

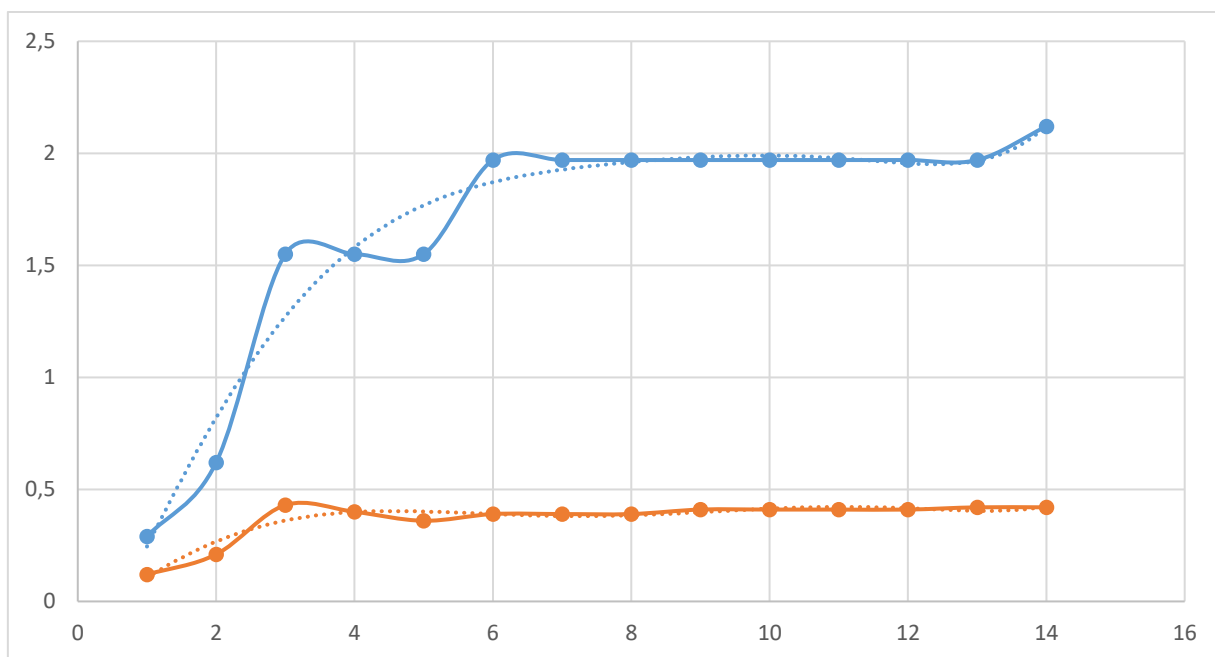


Рисунок 7. Значения кучности, рассчитанные по показателям экстремального размера групп d и среднего радиуса групп R при постепенном объединении групп в одну общую группу на одной мишени (рис. 6б)

В связи со свойством экстремального размера группы увеличиваться в размерах по мере увеличения количества выстрелов нужно обратить внимание на очень часто допускаемую ошибку – стрелки сравнивают экстремальные размеры групп при разных количествах выстрелов в группе. На самом деле размер групп с разным числом выстрелов – 3, 5, 10 – несопоставим между собой. Если мы будем стрелять из одной и той же винтовки одними и теми же патронами разными группами, то действительно получим разный размер групп или разную оценку кучности по показателю d . Например, при стрельбе группами по 10 мы всегда при одной и той же кучности теоретически будем иметь в среднем размер групп больше

примерно на 1,59, чем при стрельбе группами по 3, а в реальности еще больше из-за отрывов и смещения центра прицеливания, как это получилось на рис. 6 и 7. Если мы примем за базовую единицу кучность при стрельбе группами из 3 выстрелов (поскольку мы с такими группами делаем настройку винтовки, и нам это удобно), этой кучности будут соответствовать кучности групп по 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 выстрелов, деленные на соответствующие им коэффициенты 0,72; 1; 1,16; 1,26; 1,4; 1,5; 1,59 (рис. 5), если не будет грубых отрывов. То есть, размер группы 1 MOA при стрельбе группами по 3 и размер группы 1,59 MOA при стрельбе группами по 10 – это примерно одинаковые кучности. Этот эффект нужно

учитывать при планировании испытаний винтовки на кучность, которое часто делают группами по 5 или по 10 выстрелов, и сравнении результатов, например, с кучностью групп при настройке винтовки, где группы как правило берутся по 3 выстрела. Тогда получается, нужно искусственно вводить поправки, например кучность как экстремальный размер d при 3, 5 или 10 выстрелах в группе? Можно, но это тоже не решает проблемы по причинам разной информативности групп. Надо отметить, что тут еще подмешивается психология стрелка, и чем больше он делает хороших выстрелов одной группы в одну мишень, тем вероятнее отрыв в следующем выстреле. В итоге размер группы по 10 всегда будет отличаться от размера группы по 3 больше, чем на теоретическое значение 1,59. Поэтому лучше сравнивать кучности одинаковых групп.

Для того, чтобы вычислить все параметры распределения экстремального размера групп d и оценить разброс кучности вокруг среднего значения, нужно знать его закон распределения. Наиболее подходящим законом распределения для экстремального размера d является обобщенное распределение экстремальных значений (*GEV*). Плотность распределения экстремальных значений будет равна [9]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + c \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{c}-1} e^{-(1+c \frac{x-\mu}{\sigma})^{-\frac{1}{c}}}$$

при $x \geq \mu - \frac{\sigma}{c}$

и

$$f(x) = 0 \quad \text{при } x < \mu - \frac{\sigma}{c},$$

где μ - параметр местоположения, σ - параметр масштаба, c - параметр формы.

В связи с применением экстремального размера группы как одной цифры, характеризующей кучность, то есть, только размера одной группы или среднего значения размеров нескольких групп, можно задать еще один вопрос: если мы оценим экстремальный размер одной (первой) группы, например, 0,29 MOA, и следующая группа у нас будет 0,69 MOA, а следующая 1,21 MOA, то в чем тогда смысл нашей оценки экстремального размера группы 0,29 MOA как показателя кучности; что нам дает эта одна цифра? А ведь часто стрелки по одной или нескольким удачным группам делают выводы о кучности винтовки. Для того, чтобы ответить на все такие вопросы, без формул по статистике не обойтись. Кучность должна оцениваться правильными показателями, рассчитываемыми статистическими методами по достаточной выборке точек попаданий, достаточным количеством групп и достаточным для этого показателя набором параметров. Это до недавнего времени было сложно и непрактично, но теперь это стало возможным и оправданным, поскольку жизнь движется вперед и современные достижения компьютерных технологий дают возможность применять такие инструменты, не изучая, как они устроены. Со временем все спортсмены к этому привыкнут, мы просто чуть опережаем это время, подготавливая их.

На рис. 6 приведено 14 групп по 3 выстрела в группе размером от 0,29 до 1,21 MOA, с полученным средним значением $D=0,54$ MOA и средним квадратическим отклонением $\sigma_d=0,264$ MOA, с верхним доверительным пределом среднего значения $D_{max}=0,61$ MOA, определенным с доверительной вероятностью 0,8. Координаты всех пробоин при одной точке прицеливания также известны. Такое число параметров экстремального размера групп уже может достаточно полно охарактеризовать кучность по этому показателю и можно будет приступить к прогнозированию точек попадания и кучности [3].

Подведем итог анализу показателя экстремального размера группы. Наряду с главным достоинством – простота применения и ясность интерпретации - показатель экстремального размера между пробоинами d имеет и недостатки, главными из которых является его низкая информативность, зависимость от числа выстрелов в группе, чувствительность к появлению больших максимальных размеров между пробоинами из-за непредсказуемых случайных отрывов (флайеров). По одному параметру этого показателя – размеру группы или среднему размеру нескольких групп – также невозможно предсказать кучность следующих групп. Не только d , но и все показатели кучности, учитывающие только внешние размеры группы, зависимы от числа выстрелов в группе, очень чувствительны к количеству выстрелов, а также к отрывам, в то время как показатели, учитывающие все выстрелы, намного меньше чувствительны к количеству выстрелов и случайным отрывам и стабилизируют свои значения с ростом числа выстрелов.

Показатель экстремального расстояния между центрами пробоин d легче измерить и понять, но для оценки кучности в целом по информативности это самый слабый статистический показатель, поскольку он полностью основан только на двух наиболее экстремальных событиях и поэтому неточно передает информацию о реальной кучности винтовки.

В итоге, если мы зададимся вопросом, является ли экстремальный размер группы d надежным показателем кучности винтовки для всех случаев, то неизбежно придем к тому, что это слабый показатель и с достаточной достоверностью кучность винтовки не может быть оценена только экстремальным размером группы d .

Это не значит, что экстремальный размер групп d для оценки кучности применять неправильно, скорее наоборот, и практика его широкого применения стрелками-любителями это подтверждает. Он находит себе место, когда нужно быстро и просто оценить кучность групп с небольшим количеством выстрелов и с очень высокой кучностью, как в случае настройки винтовки по навеске и глубине посадки пули, где нужно пройти много точек и при этом истратить разумное количество патронов на поиск кучной полки. Статистика, которую легко измерить на стрельбище и с которой все знакомы, может оказаться полезной для быстрой оценки одной группы или как среднее арифметическое нескольких групп. Другие статистические данные, такие как среднее квадратическое

отклонение экстремального размера групп, интервальная оценка среднего значения могут помочь нам быстро принимать более правильные решения о том, как винтовка и патрон будут работать в будущем, и извлекать максимальную пользу из каждого произведенного выстрела. Этот показатель мы обсудили подробнейшим образом со всех сторон, как самый применяемый, больше добавить нечего. Кому-то это обсуждение покажется даже избыточным, содержащим повторения одних и тех же мыслей, но мы решили описать все так, чтобы больше не возвращаться к этому вопросу. Перейдем к другим показателям.

Показатель кучности «**диагональ (diagonal)**» - это длина диагональной линии, проходящей через наименьший прямоугольник, охватывающий группу пробоин. Обозначим координаты центра пробоины (x, y) . Найдем диапазоны значений x и y для случая, когда оси эллипса рассеивания пробоин совпадают с осями координат: $X = x_{max} - x_{min}$, $Y = y_{max} - y_{min}$. Диагональ вычисляется по формуле $D = \sqrt{X^2 + Y^2}$. Диагональ относится к числу самых простых показателей кучности, но чуть сложнее экстремального размера.

Показатель эффективности – (a figure of merit, FOM) еще проще – это средняя предельная ширина и высота группы: $FOM = (X + Y)/2$. Показатель качества FOM также относится к самым простым показателям.

Радиус охватывающей окружности R_{100} – (Covering Circle Radius, CCR) - это радиус наименьшей окружности, содержащей все центры пробоин. Она либо пройдет через две крайние точки – в этом случае $CCR = (экстремальный\ размер\ d)/2$, – либо пройдет через три внешние точки (рис. 4). В связи с популярностью экстремального размера d диагональ, показатель эффективности, радиус охватывающей окружности чаще всего оказываются лишними показателями в стрелковом спорте.

Показатель кучности «**медиана (mediana)**» в отличие от численного среднего значения величины представляет собой среднее значение по номерам в наборе данных, когда все значения расположены от наименьшего к наибольшему. Пригоден для оценки кучности по большому числу выстрелов, в стрелковом спорте для оценки кучности также практически не применяется.

Все эти показатели, кроме медианы, измеряют экстремальные размеры и поэтому увеличиваются с увеличением размера группы (рис. 5). Они используются чаще, потому что их легче вычислить. Но по информативности они слабее показателей, приведенных ниже, поскольку практически игнорируют внутренние точки попадания.

Более информативным показателем кучности, особенно при большом числе выстрелов, является **средний радиус группы R - (Mean Radius, MR)**. Метод измерения кучности по среднему радиусу

группы R учитывает информацию о каждом выстреле в группе, а не только о двух худших пробоинах группы, как это имеет место при измерении максимального расстояния d между пробоинами [1, 7, 14, 17]. Этот показатель требует более сложных расчетов, поскольку требуется определить выборочное СТП, от него измерить радиусы до каждой пробоины и вычислить средний радиус R . Но с появлением программ обработки мишеней типа SubMOAPro это перестало быть проблемой.

Средний радиус группы R — это среднее расстояние от центра группы – выборочной средней точки попадания (СТП) до центра попадания пули r_i . Средний радиус группы R (выборки) определяется как среднее арифметическое по формуле:

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i,$$

где: r_i - расстояние от СТП группы до центра каждой пробоины, n – количество пробоин.

На практике средний радиус определяется по-другому, чем среднее расстояние от истинного центра в распределении Рэля по одной существенной причине: мы никогда не наблюдаем истинный центр распределения пробоин, принятый за точку отсчета в распределении Рэля. Когда мы вычисляем центр группы на мишени по ограниченному числу точек попадания, он почти наверняка будет находиться на некотором расстоянии от истинного центра, и, таким образом, недооцениваем истинное расстояние выборки выстрелов до центра распределения. Когда истинный центр неизвестен, мы должны использовать центр выборки, используя характеристики нормального распределения с неизвестным средним. В отличие от этого, модель Рэля описывает распределение выстрелов из ненаблюдаемого нами истинного центра и среднее расстояние координат пробоин от него.

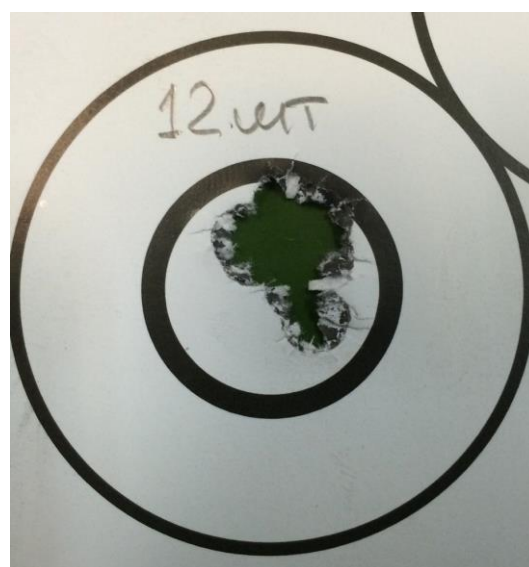
Математическое ожидание промаха r в распределении Рэля при известном истинном центре распределения рассчитывается через параметр σ как

$$M(r) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma = 1,253\sigma.$$

Подробнее о связи среднего радиуса точек попадания R с математическим ожиданием промаха r в распределении Рэля можно прочитать в нашей работе [2]. Информативность среднего радиуса R повышается с увеличением количества выстрелов в группе в сравнении с экстремальным размером группы. Например, в группах по 5 выстрелов объективнее, чем d , кучность будет отражать показатель R , а в группах по 10–12 выстрелов показатель R становится намного информативнее экстремального размера d из-за большой вероятности отрыва от группы хотя бы одной пробоины (рис. 7).



а)



б)

Рисунок 7. Группы по 10 (а) и 12 (б) выстрелов с одним отрывом

На рис. 7. приведены две мишени с числом выстрелов 10 и 12. Мы уверены, что большинство стрелков – практиков скажут, что кучность винтовки на данных мишенях объективнее определять большой группой пробоин, а одну случайную пробоину в стороне можно рассматривать как отрыв. Однако если мы сравним формальные оценки обеих мишеней по показателям экстремального размера групп и по среднему радиусу групп, то увидим, что с учетом или без учета одиночной пробоины в стороне от основной группы экстремальный размер групп составляет соответственно на первой мишени 0,48 с учетом одиночной пробоины и 0,34 MOA без учета, на второй мишени 0,38 и 0,27 MOA, то есть отличается на 56 и 30% соответственно, хотя лишь одна случайная пробоина сильно раздвинула группы. Показатель среднего радиуса (вычисленный приблизительно из-за невозможности определить координаты всех точек попадания) для обеих мишеней составляет соответственно 0,13 MOA; 0,12 MOA и 0,1 MOA; 0,1 MOA, то есть, практически не меняется, потому что вклад в кучность одиночной пробоины с отрывом в этом случае достаточно мал. Вместе с тем определить точки попадания при высокой кучности можно лишь по краям пробоин как худший случай. Координаты всех остальных точек попадания находятся где-то внутри большой дыры на рис. 7 и нет возможности для более точного расчета СТП и среднего радиуса R в ситуации, когда пробоины накладываются одна на другую. Применение разных показателей кучности в какой-то степени изменяет даже философию мышления стрелка. Если использовать в качестве показателя кучности экстремальный размер, стрелок будет сильно переживать, что один отрыв так сильно раздвинул группу. Особенно много таких огорчений в соревнованиях по бенчресту. Но если он применяет в качестве показателя кучности средний радиус, то понимает, что один отрыв в большой группе мало что изменил в оценке кучности, хотя и хотелось бы, чтобы эта пуля тоже залетела в основную группу.

Он просто примет к сведению, что одна пуля из 10 может уйти в отрыв, но зато 9 из 10 лягут куда надо. И это, согласитесь, будет более объективная оценка кучности.

Средний радиус группы выстрелов R лучше подходит для оценки кучности, если число выстрелов в группе большое и координаты центров точек попадания могут быть определены с достаточной точностью. Среднее расстояние от центра каждой пробоины до выборочного СТП конкретной группы не требует пояснений. Подведем итог по этому показателю кучности:

1. Средний радиус использует информацию о каждом выстреле в группе, а не только о двух наиболее удаленных точках. Из-за этого средний радиус может обеспечить более высокую достоверность оценки кучности, чем экстремальный размер группы.

2. Средний радиус группы практически не зависит от числа выстрелов в группе, что позволяет сравнивать кучность групп с разным числом выстрелов.

3. Более сложные показатели, включающие стандартное отклонение, предполагают нормальное распределение. Можно обсуждать, следуют ли группы стрельбы нормальному распределению или нет, но применяя средний радиус, как и в случае экстремального размера, не нужно ограничиваться только нормальным законом.

4. Существует много программ обработки мишеней [18], которые автоматически вычисляют средний радиус по координатам точек попадания. Таким образом, не придется заниматься какими-либо сложными вычислениями.

5. Наряду с достоинствами необходимо упомянуть и один существенный недостаток (рис. 7). При очень кучной стрельбе, когда все пробоины объединяются практически в одну, определить СТП и средний радиус R становится очень сложно, а иногда невозможно (рис. 7). В этом случае точно определить

центры точек попадания можно только на электронной мишени. Поэтому его область практического применения ограничивается стрельбой по мишеням на дальние дистанции или при невысокой кучности.

При стрельбе одной группой порядок расчета R следующий. Находим по известным алгоритмам выборочный СТП группы, от нее отсчитываем расстояния (радиусы) до центра пробойн r_i и рассчитываем значение среднего радиуса R . Или применяем для расчетов одну из программ обработки мишеней. При стрельбе несколькими группами можно, как и для экстремального размера групп, найти среднее значение R_{cp} , но если есть одна точка прицеливания, то лучше все точки попадания перенести на одну мишень и рассчитать общую СТП и общую кучность.

Что такое средний радиус группы R в системе статистической оценки кучности? Опять же по аналогии с показателем d это всего лишь средний радиус группы, по сути, один из параметров распределения точек попадания. Он тоже не дает полной характеристики распределения пробойн на мишени, но более информативный, чем экстремальный размер группы.

Связь показателей кучности d и R с параметрами статистических распределений показана в работах [2, 3]. Сравнение показателей кучности d и R показывает, что экстремальный размер группы всегда намного больше среднего радиуса группы, при этом экстремальный размер очень чувствителен к отрывам и непрерывно растет с увеличением количества выстрелов в группе. Это еще раз показывает, почему средний радиус гораздо полезнее экстремального размера групп при оценке кучности большой группы.

При настройке винтовки на экстремальную кучность мы рекомендуем использовать экстремальный размер группы в силу его простоты, а при более точной оценке кучности, числу выстрелов в группе больше 3 и хорошей различимости пробойн на мишени – использовать средний радиус или оба приведенных показателя.

Распределение показателя среднего радиуса пробойн, которое нужно для оценки среднего квадратического отклонения кучности σ_R при стрельбе несколькими группами, подчиняется своему закону, которое приближенно можно аппроксимировать нормальным.

Для облегчения обработки мишеней сейчас применяют программные средства, такие, например, как RSI Shooting Lab, onTarget TDS, E-target, SubMOAPro и другие [18], которые по фотоснимку или скану мишени легко рассчитают экстремальный размер, средний радиус группы и расстояние СТП от точки прицеливания. Но раньше все это делалось вручную несколькими способами. Трудно представить сейчас стрелка, который не пользуется программами, но тем не менее, как дань традиции не лишне помнить два известных способа на случай, если у вас под рукой вдруг не окажется программы или вы захотите понять алгоритм определения СТП.

Показатель среднего радиуса группы имеет еще одно ограничение – он может применяться только в случае примерно кругового распределения пробойн.

Сильно вытянутое эллиптическое пятно пробойн нельзя оценивать этим показателем. Если группа сильно растянута в одном направлении или по диагонали, то оценивать ее кучность средним радиусом уже становится некорректно. В случае доказанных представительными выборками несимметричных распределений пробойн на мишени (например, расположение пробойн по диагонали) находятся главные оси распределения, и задача оценки кучности решается по каждой главной оси. В этом случае вводятся показатели кучности по вертикали и по горизонтали и рассматривается двухмерное коррелированное рассеивание пробойн.

Для этого введен следующий показатель – отклонения по горизонтали и вертикали.

Отклонения по горизонтали и вертикали (Horizontal and Vertical Variance) рассчитываются по формуле:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{X})^2; \sigma_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{Y})^2.$$

Часто они задаются как стандартные отклонения, которые являются просто квадратным корнем из дисперсии. Мы не видели, чтобы спортсмены применяли этот показатель, скорее он больше для профессионалов – оружейников.

Далее рассмотрим следующий информативный показатель кучности – **радиальное среднее квадратическое отклонение** пробойн относительно выборочного СТП (**Radial Standard Deviation, RSD**). Он в декартовой системе координат рассчитывается как корень квадратный из суммы квадратов горизонтальной и вертикальной дисперсии: $RSD = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$. Как и для среднего радиуса R , в этой статистике используются все доступные точки данных из группы пробойн. Название этого показателя не вполне отражает его суть [12]. Фактическое радиальное стандартное отклонение рассчитывается по-другому [12]. При $\sigma_x \neq \sigma_y$ фактическое стандартное отклонение (CO) радиусов r_i будет равно: $CO = \sigma_x^2 / \pi \cdot ((-2K^2(1 - \sigma_y^2 / \sigma_x^2)) + \sigma_y^2)$, где K – полный эллиптический интеграл. В частном случае, когда $\sigma_x = \sigma_y$, в соответствии с распределением Рэлея получаем следующую формулу: $CO = \sigma \sqrt{(4 - \pi)/2}$. То есть, этот показатель является аналогом одного из параметров распределения Рэлея, а именно, параметром среднего квадратического отклонения. Однако, поскольку мы не знаем истинного центра рассеивания, стандартное отклонение на практике рассчитывается по выборочному СТП. Этот показатель может служить полезным справочным материалом в основном для профессионалов. Комментарии к нему даны в работе [12].

При круговом распределении точек попадания в качестве характеристики рассеивания в профессиональных оценках часто используется **круговое вероятное отклонение (KBO)**. **KBO** называется радиус круга с центром в центре кругового нормального распределения, вероятность попадания в который равна 0,5. Другое его название – **Circular Error Probable (CEP)**. $CEP(p)$, для $p \in [0,1]$ – ожидаемый

радиус наименьшего круга, который охватывает долю p группы выстрелов. Когда p не указано, предполагается, что оно равно 50%. В этом случае KBO и CEP – это одно и то же. Соотношение для KBO может быть получено из формул распределения Рэля. При вероятности $p = 0,5$ по сути KBO (CEP) – это медиана в распределении Рэля, вычисляемая через параметр σ по формуле: $KBO = CEP = Me = \sigma \sqrt{2 \ln 2} = 1,177 \sigma$.

Круговое вероятное отклонение KBO (CEP) на 18% больше параметра σ и на 6% меньше, чем математическое ожидание промаха $M(r)$ или средний радиус R . По сути, для его надежного определения требуется достаточно большое количество выстрелов, и уже одним этим его применение сильно ограничивается в стрелковом спорте.

Литература по KBO или вероятности круговой ошибки (CEP) обширна и разнообразна. Как характеристика эффективности показатель кругового вероятного отклонения (KBO) или по-английски *Circular Error Probable* (CEP) введен в оборот в специальной технической литературе в конце 1940-х – начале 1950-х годов. В частном случае CEP выражается величиной радиуса круга, очерченного вокруг цели, в который предположительно должно уместиться 50% пробоев. В общем случае, если KBO составляет N миллиметров, то 50% пуль попадет на расстояниях от СТП меньших либо равных N , 43% пуль — на расстояниях между N и $2N$ миллиметров, и 7% — на расстояниях между $2N$ и $3N$. При нормальном распределении точек попаданий лишь 0,2% пуль попадает на расстояниях от цели, больших, чем три величины KBO . Этот показатель в практике спортивной стрельбы не применяется, так как требует информации о большом числе пробоев на одной мишени в одних условиях, не свойственном тренировкам или соревнованиям.

Более сложные распределения пробоев также можно описать соответствующими им законами распределения и их параметрами. Однако они вряд ли понадобятся для оценки кучности самими стрелками, их применяют в профессиональном деле.

Стоит отметить, что показатели среднего радиуса, вероятной круговой ошибки, стандартного отклонения по горизонтали и вертикали, радиального среднего квадратического отклонения используют все точки

попадания и не зависят от размера группы. Т. е. большее количество пробоев сужает их доверительный интервал, но не изменяет их среднее ожидаемое значение. На самом деле, когда $\sigma_x = \sigma_y$, каждый из этих четырех показателей является просто скалярной функцией от параметра σ в распределении Рэля, поэтому все они передают одну и ту же базовую информацию. Этот факт как основная идея используется в системе классификации баллистической кучности [11].

В законе Рэля параметр σ включает квадрат радиуса r_i и его выборочное значение определяется по формулам:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N r_i^2; \quad \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N r_i^2}$$

где: N – число выстрелов, r_i – радиус от СТП до центра отверстия. Эта формула может быть уточнена с помощью поправки:

$$\sigma = k \cdot \hat{\sigma}; \quad k = \frac{4^N N! (N-1)! \sqrt{N}}{(2N)! \sqrt{\pi}}$$

Зависимость поправочного коэффициента k от числа выстрелов приведена на рис. 8. Из графика следует, для числа выстрелов более 5 поправка становится несущественной и ей можно пренебречь. Наиболее точно параметр σ может быть определен по гистограмме распределения с использованием критерия Пирсона, но для этого нужно достаточно большое количество выстрелов.

Как видно из формул, показатель σ отличается от среднего радиуса группы R тем, что при его определении суммируются не радиусы, а их квадраты, после чего из суммы извлекается квадратный корень. Сумма квадратов радиусов в отличие от показателя R учитывает не среднее, а среднее квадратическое значение радиусов r_i^2 . По информативности показатель σ схож с R , но сумма квадратов радиусов r_i^2 в сравнении с суммой радиусов в показателе R перераспределяет «вес» каждого радиуса r_i в пользу пробоев, наиболее удаленных от центра. Однако в отличие от распределения Рэля, где истинный центр попадания предполагается известным, при стрельбе из реального оружия мы никогда не узнаем истинный центр попадания и вместо этого вынуждены использовать центр выборки.

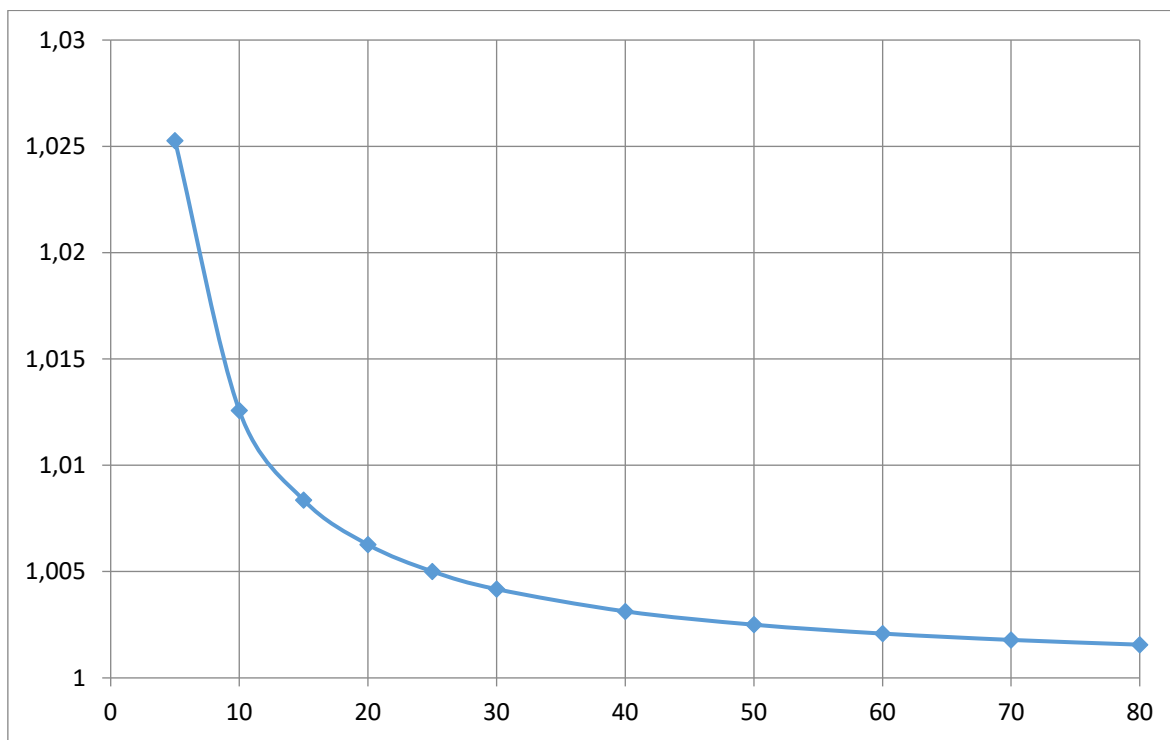


Рисунок 8. Зависимость поправочного коэффициента k от числа выстрелов

В случае отстрела нескольких групп объединение результатов по этой группе показателей предпочтительнее вести по общей точке прицеливания, и только при ее отсутствии среднее значение определять как среднее арифметическое значение. Далее в зависимости от количества выстрелов в группе m и количества групп n можно будет определить точность оценки этих показателей и вычислить вероятный диапазон нахождения истинного значения.

Возможно, широкого использования этому показателю в практике спортивной стрельбы не найдется, поскольку его место занимает более простой показатель R , но в исследовательских целях и в целях классификации винтовок он может быть интересен как более информативный или более принятый в статистике способ оценки ошибок случайных величин r_i путем возведения их в квадрат.

Известен классификатор гражданского оружия по кучности стрельбы, задающий классы в зависимости от кучности, определяемой на основе параметра σ в законе распределения Рэлея. Эта система называется «Классификация баллистической кучности» [11]. Система классификации баллистической кучности (ВАС™) предлагает стандарт для определения и описания кучности и позволяет любому – стрелку или производителю определить, насколько кучным является оружие, используя единственный показатель - параметр σ [11]. ВАС™ построен непосредственно на параметре σ . Система оценки кучности ВАС содержит классификационные таблицы, в которых в зависимости от кучности винтовке присваивается соответствующий класс. Например, самым точным винтовкам – рейлганам, присваивается класс 1, лучшим спортивным болтовым винтовкам класс 2 и т. д. Классификация баллистической кучности™

представляет собой верхнюю границу 90%-ного доверительного интервала для расчетных σ в единицах МОА, умноженную на 10 и округленную до ближайшего целого числа. Например, если 90%-ное доверительное значение σ для испытуемой винтовки равно 0,47 МОА, то значение ВАС равно $10 \times 0,47 = 4,7$, округлено = 5. Т. е. в этом примере мы с 90%-ной уверенностью говорим, что кучность испытуемого оружия не хуже класса 5.

Особенностью системы является заложенный в нее принцип саморазвития. Каждый стрелок, проделав необходимые тесты, может предложить администраторам добавить в систему кучность своей винтовки. Классификация баллистической кучности должна подкрепляться подробными описательными параметрами, содержащими сведения о винтовке, применяемых патронах и их компонентах. Если точность оценки σ не указана явно, предполагается, что для ВАС используется верхнее значение доверительной вероятности σ , равное 90%.

В системе также можно генерировать ожидаемые значения более привычных показателей, таких как экстремальный размер группы из 3 или 5 выстрелов, средний радиус группы и другие, приводятся таблицы сравнения разных показателей.

Описание и детали применения системы классификации баллистической кучности (ВАС™) приведены в источнике [11].

На этапах испытаний и заводской приемки спортивных и охотничьих винтовок, кроме перечисленных, используют и другие показатели оценки кучности стрельбы с использованием заводских патронов, которые не очень подходят для оценки кучности спортивного и гражданского оружия в полевых условиях. Производители применяют свои профессиональные методы оценки кучности, основанные

на результатах большого объема отстрела заводскими патронами, преследующего свои задачи отработки и приемки гражданского оружия. При заводском отстреле никто специально патроны не готовит и винтовку не настраивает, за исключением отдельных компаний, которые продают винтовки, уже настроенные на определенный патрон и пулю. Эти показатели не подходят для оценки кучности спортивных винтовок самими стрелками.

Для полноты картины упомянем некоторые из профессиональных методик, применяемые для оценки кучности нарезного оружия, имеющиеся в открытом доступе. В соответствии с источником [7], мерой рассеивания (кучности) служат срединное отклонение, сердцевинная полоса и радиус круга, вмещающего лучшую половину пробоин (P_{50}) или все попадания (P_{100}). Радиус круга P_{100} , вмещающего все пробоины, примерно в 2,5 раза больше радиуса круга P_{50} , вмещающего лучшую их половину. Вероятным (срединным) отклонением случайной величины, распределенной по нормальному закону, называется половина длины участка, симметричного относительно центра рассеивания, вероятность попадания в который равна половине. Полоса рассеивания, содержащая в себе 70% попаданий (точек встречи), при условии, что ось рассеивания проходит по ее середине, называется сердцевинной полосой. Сердцевинные полосы обозначаются: C_d — сердцевинная полоса по дальности; C_v — сердцевинная полоса по высоте; C_b — сердцевинная полоса по боковому направлению. При пересечении двух сердцевинных полос образуется прямоугольник, включающий в себя лучшую, наиболее кучную половину всех точек встречи ($0,70 \cdot 0,70 = 0,49$, округленно 0,50, или 50%).

В работе [8] записано: «Винтовка считается нормальной, если на 100 метров 4 пули укладываются в круг диаметром 8 см, при этом средняя точка попадания не должна отклоняться от центра предполагаемого попадания более чем на 3 см». В других странах также существуют аналогичные методики с некоторыми особенностями [12].

Существует также ГОСТ 25291–82 по малокалиберным винтовкам, где в числе прочих параметров есть и определение кучности и требования к ней в зависимости от класса винтовки (охотничьи, спортивные и т. п.). В нем записано следующее [4]:

Наибольший поперечник рассеивания пуль при стрельбе из винтовки на дальность 50 м из пяти групп по десять выстрелов винтовочными патронами «Экстра» кольцевого воспламенения калибра 5,6 мм должен быть не более:

- 18 мм - для винтовки, предназначенной для повышения спортивного мастерства;
- 16 мм - для винтовки, предназначенной для ведущих спортсменов.

При стрельбе другими патронами наибольший поперечник рассеивания пуль винтовки не должен превышать наибольший поперечник рассеивания пуль конкретного патрона, указанного в нормативно-технической документации на винтовку:

- более чем на 18% - для винтовок, предназначенных для повышения спортивного мастерства;

- более чем на 10% - для винтовок, предназначенных для ведущих спортсменов.

Такие показатели с хорошей точностью в основном можно оценивать только при большом количестве выстрелов, поэтому они не очень пригодны для оценки кучности гражданского оружия самими стрелками, экономящими в последнее время боеприпасы.

Мы почти не затронули показатели кучности, используемых в правилах оценки результатов стрельбы в официальных соревнованиях разного ранга. Отметим лишь, что стрелкам в ряде случаев логичнее оценивать кучность теми показателями, которые применяют судьи для оценки результатов соревнований, или близкими к ним.

В заключение можно сказать, что универсальные показатели и методики их оценки, позволяющие сравнивать кучность спортивных и охотничьих винтовок в разных условиях, вряд ли возможны, даже если они будут теоретически обоснованы и стандартизованы. Главным образом потому, что стрелку не прикажешь проверять кучность стрельбы по утвержденному стандарту, в точности выполняя все требования, и этот вопрос становится очень субъективным. Практически каждый находит удобный и понятный ему способ оценить кучность своей винтовки, а тратить время и патроны на возможность сравнения своей винтовки с другими по единому стандарту ему менее интересно. Тем более невозможно проверить, в какой степени соблюдал этот стрелок стандарт, какие мишени он выложил для сравнения, а какие остались за кадром. Таким образом, владельцам нарезного гражданского оружия можно лишь предложить различные показатели и методы оценки кучности и объяснить достоинства и недостатки каждого в зависимости от конкретной задачи, что мы и сделали.

Тем не менее, в этой и других работах [1-3] мы попытались создать основы стандарта оценки кучности спортивных и охотничьих винтовок, которые могут быть внедрены на добровольной основе. Мы считаем, что стрелкам важно понять, что для сравнения кучности и эффективного взаимодействия друг с другом нужно научиться осознанно применять стандартные оценки, потому что разные показатели и разные условия не позволяют сопоставить результаты, вести предметное обсуждение сравнительных результатов по кучности, объективно оценивать свои силы в предстоящих соревнованиях. Для спортсменов и охотников мы предлагаем использовать два показателя - экстремальный размер группы d и средний радиус группы R , и следующие их параметры: кучность одной группы d , R , средняя кучность нескольких групп D , R_{cp} , среднее квадратическое отклонение кучности σ_d , σ_R или минимальное и максимальное значение кучности; диапазон нахождения истинного значения средней кучности ($D_{min} - D_{max}$), ($R_{cpmin} - R_{cpmax}$) с доверительной вероятностью p . Более подробно об этом написано в работах [2, 3].

Выводы

1. Проведен аналитический обзор показателей кучности, применяемых в практике спортивной стрельбы.

2. Наибольшее применение получил показатель экстремального размера группы. В связи с распространением программных средств обработки мишеней набирает популярность показатель среднего радиуса группы, который может применяться в случаях, когда точно определяются координаты центров пробоин. Для оценки кучности при настройке винтовки мы бы рекомендовали определять экстремальный размер группы, но при финальной оценке кучности предпочтительнее показатель среднего радиуса группы или оба показателя.

3. Для более полного описания кучности рекомендуется рассчитывать следующие параметры: кучность одной группы; средняя кучность нескольких групп; среднее квадратическое отклонение кучности или минимальное и максимальное значение кучности;

диапазон нахождения истинного значения средней кучности.

4. Такие показатели кучности, как медиана (*mediana*), диагональ (*diagonal*), показатель качества (*a figure of merit FOM*), радиус охватывающей окружности (*Covering Circle Radius CCR*) R_{100} , отклонения по горизонтали и вертикали (*Horizontal and Vertical Variance*) σ_x , σ_y , радиальное среднее квадратическое отклонение *DR* (*radial standard deviation RSD*), круговое вероятное отклонение (*KBO*) (*Circular Error Probable (CEP)*), параметр σ пока не находят применения в стрелковом спорте. Скорее всего, их место в профессиональной деятельности и в исследовательских целях.

5. В подготовке к соревнованиям логично также использовать показатели кучности, которые записаны в правилах оценки результатов стрельбы в официальных соревнованиях разного ранга и применяются судьями для оценки результатов соревнований.

Список литературы:

1. Богословский В.Н., Кадомкин В.В., Жуков И.Г. Показатели кучности нарезного гражданского оружия // *Universum: технические науки*. - 2022.- № 11(104). С. 4–14.
Богословский В.Н., Кадомкин В.В., Жуков И.Г. Математические модели, описывающие закономерности рассеивания пробоин и показатели кучности при спортивной стрельбе по мишеням. Аналитический обзор. // *Universum: технические науки*. - 2024.- № 4(121_3). С. 45-62.
2. Богословский В.Н., Кадомкин В.В., Жуков И.Г. Оценка кучности при стрельбе по мишеням из спортивной винтовки. Применение статистических методов в практике стрелкового спорта. // *Universum: технические науки*. - 2024.- № 4(121_3). С. 4-28.
3. ГОСТ 25291–82 Винтовки малокалиберные произвольные. Основные параметры и общие технические требования // [Электронный ресурс] URL <https://standartgost.ru/> (Дата обращения 14.03.2024).
4. Записки Флинта: два, три, четыре, пять...// Оружейный форум [Электронный ресурс] URL <https://guns.allzip.org/topic/> (Дата обращения 14.03.2024).
5. Игорь Жуков. «Идеальный выстрел – это просто!» - Москва. Издание «Издательство книг ком». 2023, 416 с
6. Наставление по стрелковому делу. Основы стрельбы из стрелкового оружия. -М.: Военное издательство, 1984–177 с. 11.
7. Наставление по стрелковому делу СВД // [Электронный ресурс] URL <https://coollib.com/> (Дата обращения: 14.03.2024).
8. Обобщенное распределение экстремальных значений [Электронный ресурс] URL <https://wikipedia.ru> (Дата обращения 14.03.2024).
9. Статистика для стрелков. PrecisionRifleBlog.com [Электронный ресурс] URL <https://translated.turbopages.org/> (Дата обращения: 14.03.2024).
10. Ballistic Accuracy Classification [Электронный ресурс] URL <https://ballistipedia.com> (Дата обращения 14.03.2024).
11. ballistipedia.com [Электронный ресурс] URL <https://ballistipedia.com> (Дата обращения 14.03.2024).
12. Bryan Litz. Accuracy and Precision for Long Range Shooting: A Practical Guide for Riflemen. Applied Ballistics LLC, 2011.-578 p.
13. Chris Long, AKA techshooter. Статистический анализ размера групп // *6mmbr.com* [Электронный ресурс] URL <https://forum accurateshooter.com/> (Дата обращения 14.03.2024).
14. Choosing the most accurate ammunition is probably. Jeroen Hogema May 2006/April 2019 // [Электронный ресурс] URL info@sport-shooters-OTS.com (Дата обращения 14.03.2024).
15. Geladen. Разбросало кучу // www.geladen.livejournal.com. [Электронный ресурс] URL <https://geladen.livejournal.com/> (Дата обращения 14.03.2024).
16. Group Sizes & Statistics By «Joe B.» // [Электронный ресурс] URL www.castpics.net <https://castpics.net/> (Дата обращения 14.03.2024).
17. OnTarget TDS // [Электронный ресурс] URL <https://ontargetshooting.com/ontarget-tds> (Дата обращения 14.03.2024).
18. TARAN. Инструкция по эксплуатации // *Guns@Ptosis* [Электронный ресурс] URL guns.ptosis.ch. (Дата обращения 14.03.2024).

DOI - 10.32743/UniTech.2024.121.4.17356

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ОПИСЫВАЮЩИЕ
ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАССЕЙВАНИЯ ПРОБОИН И ПОКАЗАТЕЛИ КУЧНОСТИ
ПРИ СПОРТИВНОЙ СТРЕЛЬБЕ ПО МИШЕНЯМ. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР****Богословский Владимир Николаевич***д-р техн. наук,
РФ, г. Москва
E-mail: vnbog@mail.ru***Кадошкин Виктор Викторович***канд. техн. наук,
доц. кафедры «Информационно-аналитические системы кибербезопасности»,
Российский технологический университет МИРЭА,
РФ, г. Москва***Жуков Игорь Геннадьевич***двукратный чемпион Европы по бенчресту,
РФ, г. Новосибирск***MATHEMATICAL MODELS DESCRIBING PATTERNS OF HOLE DISPERSION
AND ACCURACY INDICATORS IN SPORTS TARGET SHOOTING. ANALYTICAL REVIEW****Vladimir Bogoslovskii***Doctor of Technical Sciences,
Russia, Moscow***Viktor Kadomkin***Candidate of Technical Sciences,
Associate Professor of the Department of Information Security,
Russian Technological University MIREA,
Russia, Moscow***Igor Zhukov***Two-time European champion in benchrest,
Russia, Novosibirsk***АННОТАЦИЯ**

В статье приведены математические модели распределений случайных величин, адаптированные для применения в стрелковом спорте. Статья написана для спортсменов, хорошо знакомых со статистическими методами исследований случайных событий. Основные модели приведены без множества деталей и нюансов, которые доступны только специалистам по теории вероятности и математической статистике, но в достаточном, на наш взгляд, объеме для их применения в практике спортивной стрельбы. Для желающих углубиться в эти вопросы даны ссылки на литературные источники.

Статья полезна спортсменам, занимающимся стрелковым спортом, специалистам по оценке распределений величин, используемых в стрелковом спорте, а также всем любителям высокоточной стрельбы из нарезного оружия.

Работа выполнена в интересах спортивного стрелкового сообщества по инициативе и на собственные средства авторов на основе открытых источников информации.

ABSTRACT

The article presents mathematical models of random variable distributions adapted for use in shooting sports. The article is written for athletes who are familiar with statistical methods of random event research, as well as for specialists. The basic models are given without many details and nuances that are available only to specialists in probability theory and mathematical statistics, but they are, in our opinion, sufficient for their application in the practice of sports shooting. References to literary sources are provided for those who wish to delve into these issues.

The article is useful for athletes involved in shooting sports, specialists in evaluating the distributions of quantities used in shooting sports, as well as for all fans of high-precision shooting from rifled weapons.

The work was carried out in the interests of the sports shooting community on the initiative and at the authors' own expense on the basis of open sources of information.

Ключевые слова: Теория вероятности, случайные события, законы распределения случайных величин, показатели кучности спортивной винтовки.

Keywords: Probability theory, random events, laws of distribution of random variables, accuracy indicators

Применяя показатели кучности к оценке результатов стрельбы по мишеням или делая статистическую обработку данных по начальной скорости пули, разбросу массы и размеров компонентов патрона, стрелки обычно не углубляются в теоретическую основу своих действий. Однако во многих случаях применение методов теории вероятности и математической статистики «вслепую» может быть неэффективно и даже приведет к ошибочным результатам и ложному пониманию полученных результатов. Поэтому для самых продвинутых спортсменов, хорошо знакомых с теорией вероятности и математической статистикой, мы сделали аналитический обзор математических моделей распределений случайных величин, которые лежат в основе показателей кучности, а также методов обработки и моделирования результатов спортивной стрельбы. Практически все эти модели описаны в специальной литературе, но мы их собрали в одном месте и адаптировали для применения в стрелковом спорте, что, на наш взгляд, облегчит усвоение материала. Начнем с терминов и определений.

Координаты точек попадания – место расположения на мишени центров пробоин, записанные в прямоугольных (x, y) или полярных (r, φ) координатах относительно выбранного центра, которым может быть центр мишени, центр прицеливания или средняя точка попаданий.

Кучность – это то, насколько плотно выстрелы по мишени группируются друг к другу в какой-то точке мишени [1, 6]. По сути кучность — это повторяемость точек попадания выстрелов, разброс между ними без привязки к точке прицеливания. Кучность нарезного оружия является важнейшим показателем, определяющим успех как в спортивных соревнованиях, так и на охоте. Полное описание кучности характеризует степень и характер рассеяния точек попадания.

Для описания рассеяния случайных величин существуют разделы математики, названные теорией вероятности и математической статистикой. Введем несколько понятий из теории вероятности.

Событие, которое уже произошло или обязательно произойдет, называется **достоверным** [3]. После того, как сделан выстрел по мишени, можно быть точно уверенным в некотором исходе: центр пробоины на мишени можно описать координатами по высоте и горизонтали.

Событие, которое может произойти, а может и не произойти, например, попадание пули в мишень радиусом r , называется **случайным** [3]. Количественной мерой случайного события является **вероятность этого события**.

До момента выстрела при известном законе распределения точек попадания мы можем говорить только о том, какие координаты каждого попадания в мишень возможны с той или иной вероятностью, потому что мы не можем заранее точно знать, в какую точку мишени попадет конкретная пуля. Однако зная статистические параметры закона распределения уже сделанных выстрелов, можно предсказать вероятностные координаты пробоин, точность и кучность следующих выстрелов.

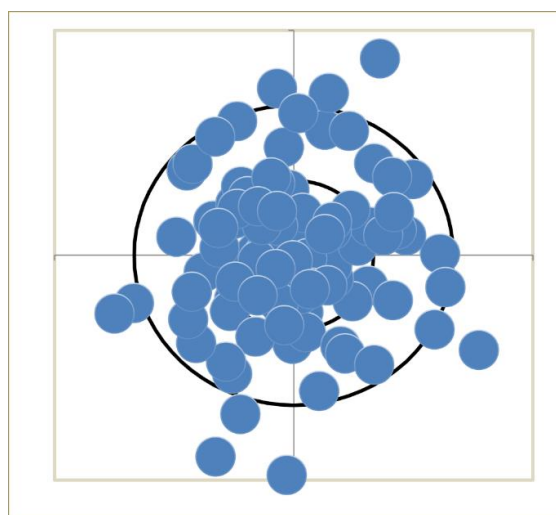
Вероятность события описывается **законом распределения** [3]. Закон распределения позволяет компактно описать множество вероятных событий. Без знания закона распределения мы вынуждены были бы описывать каждую точку попадания, создавая большой массив данных, общие закономерности которого были бы скрыты для нас. Законы распределения описывают то, как мы видим вероятность каждого выстрела и расположение пробоин на мишени при многих выстрелах. Аналитическим выражением законов распределения служат функции распределения вероятностей.

Функцией распределения вероятностей случайной величины называется функция $F(x)$, определяющая для каждого значения x вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее чем x [3]. Чтобы показать изменение вероятности случайной величины, используют **функцию плотности распределения вероятностей** непрерывной случайной величины $f(x)$ [3]. Плотность распределения — это производная от функции распределения непрерывной случайной величины:

$$f(x) = F'(x). \quad (1)$$

Закон распределения может быть также представлен в виде диаграммы частоты событий в зависимости от значения случайного фактора.

Координаты пробоин на мишени являются случайными событиями. Вероятность того, что пуля попадет в круг радиусом r или что размер группы d будет не более заданного, также является результатом случайных событий. Распределение пробоин на мишени (рис. 1) можно описать законом распределения, подобрав соответствующие функции распределения и плотности распределения и рассчитав по экспериментальным данным их параметры распределения, которые и используются в качестве показателей кучности в практике спортивной стрельбы.



**Рисунок 1. Картина пробойн на мишени.
 Реальная мишень и смоделированная по ней картина точек попадания**

Кучность стрельбы достаточно полно можно охарактеризовать законом распределения и его параметрами.

В работе [9] записано, что «при большом количестве выстрелов рассеивание пуль подчиняется определенному закону рассеивания, сущность которого заключается в следующем:

- пробойны располагаются на площади рассеивания неравномерно, наиболее густо группируясь вокруг СТП;
- пробойны располагаются относительно СТП симметрично, так как вероятность отклонения пули в любую сторону от СТП одинакова;
- площадь рассеивания всегда ограничена некоторым пределом и имеет форму эллипса (овала)».

В силу этого закона в целом пробойны располагаются на мишени закономерно. При этом для мишеней больше характерно круговое рассеивание. Это позволяет определить закон рассеивания пробойн, рассчитать его параметры, оценить точность полученных цифр и значит, дать полную характеристику кучности.

Экстремальный размер группы d , средний радиус точек попаданий R_{cp} и другие показатели кучности, как правило, входят в число параметров, которые описывают закон распределения пробойн на мишени, и мы это покажем ниже. Можно обратить внимание на то, что любой из этих параметров отражает лишь небольшую часть информации о том случайном событии, которое мы называем кучностью винтовки. При известном законе распределения наиболее полно кучность характеризуется такими параметрами распределения, как среднее, среднее квадратическое отклонение, мода, медиана, коэффициент корреляции, интервал нахождения истинного значения средней кучности с заданной доверительной вероятностью и другие. То есть, когда мы приводим значение кучности по выбранному показателю кучности, записанное одним числом, например, экстремальный размер группы $d = 0,5 \text{ MOA}$, то мы приводим лишь один из параметров соответствующего распределения, к которому для более полного описания кучности нужно добавить указанные выше. Например, для полного описания кучности нужны исходный массив

координат 25 пробойн $\{x, y\}$, по 5 пробойн на 5 мишенях относительно выбранного центра отсчета координат, размер пяти отдельных групп d_1-d_5 по пять выстрелов в группе, координаты СТП каждой группы, средний размер группы D , среднее квадратическое отклонение групп σ_d , доверительный интервал нахождения истинного значения среднего размера группы $(D_{min}-D_{max})$ с доверительной вероятностью p . Тогда мы можем уже с достаточной уверенностью говорить о кучности винтовки и предсказывать вероятный размер ее будущих групп.

Чаще всего для описания рассеяния случайных величин применяют нормальный закон распределения (рис. 2). И не потому, что он самый правильный и больше всего подходит, а в том числе потому, что он является одним из самых изученных из подходящих для описания закономерностей рассеяния случайной величины вокруг среднего значения. Функция распределения обладает свойством стремиться к нормальному закону, если на нее действует большое число случайных факторов. Поскольку существует много независимых факторов, влияющих на характеристики винтовки и патронов, это может быть идеальным практическим приложением для нормального распределения. Сила нормального распределения заключается в том факте, что мы знаем, как будут распределены данные относительно среднего значения, имея значения только двух величин: среднее и стандартное отклонение.

Математические модели рассеяния в предположении нормального закона распределения одной случайной величины

Нормальный закон распределения одной случайной величины x описывается двумя параметрами – математическим ожиданием m и стандартным отклонением σ (рис. 2, 3). Используя стандартное отклонение σ , равное 1, 2, 3, удобно определять относительное отклонение от среднего m . Это означает, что, если разброс случайной величины имеет такое распределение, в 68,3% случаев ее значение будет находиться между -1 и $+1$, в 95,4% случаев между -2 и $+2$ и в 99,7% случаев между -3 и $+3$.

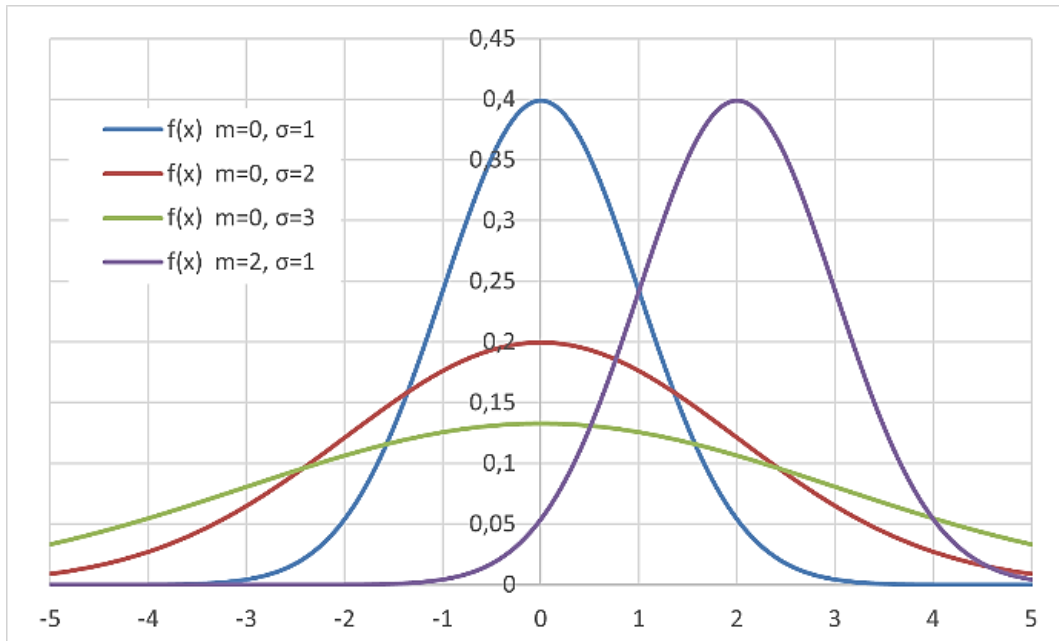


Рисунок 2. Вид плотности вероятности нормального закона распределения одной случайной величины

Применяя статистические методы к обработке группы случайных величин в предположении нормального закона распределения, например группы скорости пули, мы можем определить статистические оценки математического ожидания m , дисперсии σ^2 и стандартного отклонения σ по выборке экспериментальных данных по формулам [13]:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j,$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{X})^2, \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2},$$

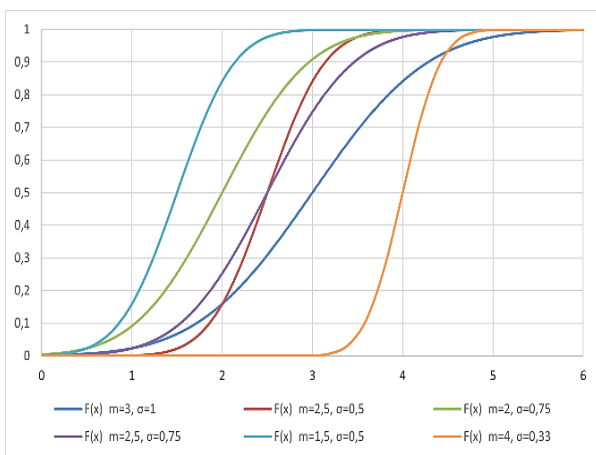
где: x_j – случайные числа, n – количество случайных чисел, \bar{X} – среднее значение в выборке, σ^2 – дисперсия, σ – среднеквадратическое отклонение. Подробнее

о статистических оценках и их точности будет сказано в статье о применении статистических методов в стрелковом спорте.

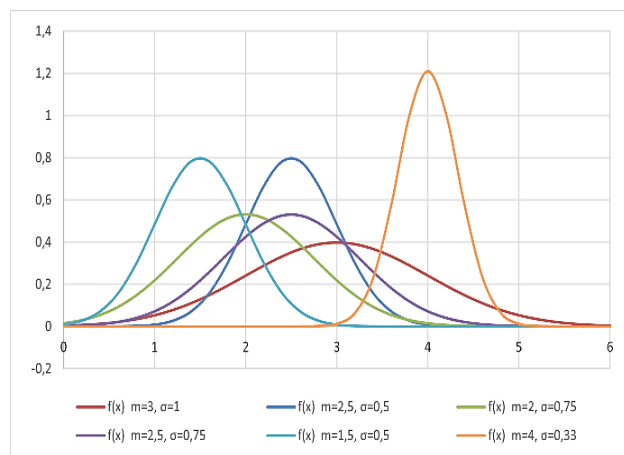
Нормальный закон распределения с **одной случайной переменной** применяется, например, при обработке рассеивания скоростей пули, при оценке распределений массы и размеров гильз, пуль, капсюлей, массы и размеров зерен пороха, размеров патронника и ствола, усилий спуска и ударника, и в некоторых случаях может быть применен при обработке рассеивания кучности винтовки по одной из координат. Функция нормального распределения и плотность нормального распределения имеют вид:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt; \quad F(x) = \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right);$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$



а)



б)

Рисунок 3. Функция (а) и плотность распределения (б) по нормальному закону

Соответствие группы экспериментальных данных нормальному или иному закону распределения проверяется по известным критериям, например, по критерию Пирсона [13]. На рис. 4 в качестве примера

приведены диаграмма распределения экспериментальных значений массы пуль, которую можно приближенно описать нормальным законом распределения.

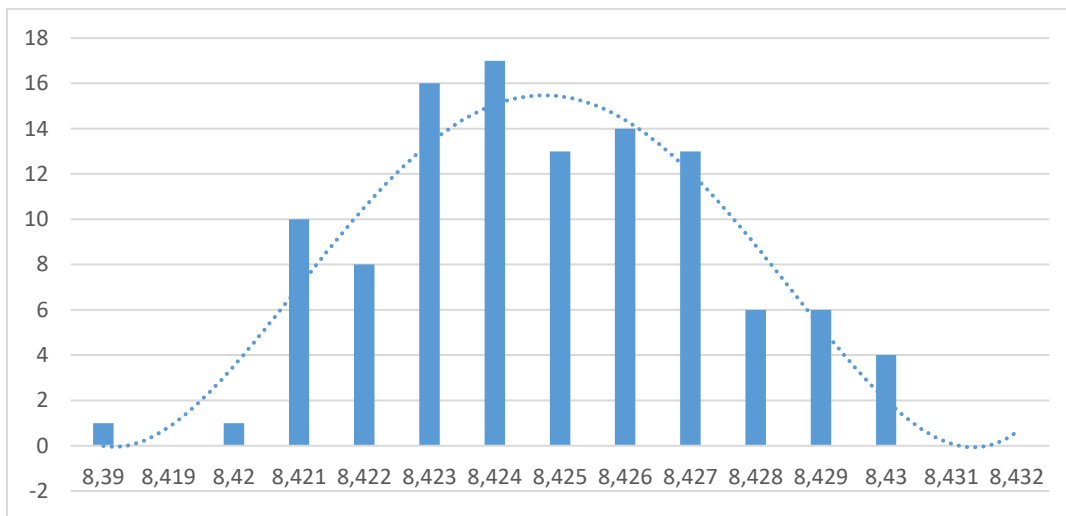


Рисунок 4. Диаграмма распределения 100 значений массы пуль

В теории нормальный закон распределения предполагает возможность нахождения случайных чисел в интервале от $-\infty$ до $+\infty$. Образно говоря, в соответствии с таким распределением масса пули может лежать в диапазоне от $-\infty$ до $+\infty$, а пули могут лететь в любом направлении по отношению к оси ствола от 90 до минус 90 градусов и с любой скоростью от $-\infty$ до $+\infty$, включая отрицательную. В реальности масса пули не может быть меньше нуля, вероятный угол отклонения пули ограничивается защитными приспособлениями в тире, доступная выборка ограничивается размером мишени, так как мы ничего не знаем о распределении пуль, пролетевших мимо мишени, физически скорость пули никак не может быть меньше нуля и даже меньше определенной величины. В результате на практике мы имеем дело с распределениями, как минимум усеченными положительными значениями физических величин, размером мишени, поведением ствола и предельной ошибкой в прицеливании. В простейших случаях можно усеченный закон распределения пробоев в прямоугольных координатах формировать прямоугольником размером с мишень, а в полярных координатах кругом. В более сложных случаях усечение задается системой неравенств. Однако часто «хвосты» распределения, выходящие за пределы физических ограничений, составляют ничтожно малую часть от всего распределения. Это позволяет упростить задачу, применять нормальный закон распределения без ограничений и не обращать внимания на «нефизические хвосты».

Также на практике мы часто встречаемся с разными группами, являющимися неоднородными распределениями, все элементы которых нельзя отнести к одной статистической группе. Например, пули двух разных партий разной средней массы, группы, получаемые при настройке винтовки при разной навеске и глубине посадки пули, капсули,

имеющие разную массу колпачка и наковаленки и т. д. Нужно хорошо понимать, что неоднородные группы нельзя объединять в одну, иначе мы получим неправильную статистику и будем введены в заблуждение. Проверка на соответствие разных групп одной генеральной совокупности делается с помощью инструмента, который называется дисперсионный анализ. О нем мы также расскажем в следующей статье по статистике.

**Математические модели рассеяния
 в предположении нормального закона
 распределения двух случайных величин**

Двумерное распределение точек попадания на мишени так же, как и одномерное распределение скорости или кучности, подчиняется определенным закономерностям. Установление этой закономерности позволяет описать это распределение более сжато и на его основе предсказывать вероятные результаты в будущем. В случае с пробоинами на мишени мы имеем дело с двумя случайными величинами, поскольку положение пробойны на плоскости в прямоугольных координатах выражается через две случайные координаты ее центра - (x, y) . Каждая точка попадания на мишени может быть представлена ее координатами по горизонтальной x и вертикальной y оси относительно точки прицеливания, центра мишени или СТП. Это позволяет провести математическую обработку пробоев и рассчитать их обобщенные параметры. Поэтому нормальный закон распределения двух случайных величин применяется для описания распределения центров пробоев на мишени и расчета показателей кучности. При оценке только кучности, например, в бенчресте, привязка центров пробоев к началу координат не требуется, измеряется только размер группы или другой показатель кучности, например, средний радиус группы. Но если нужно кроме кучности оценить

еще и точность или исследовать дрейф СТП, то без привязки центров пробоев к началу координат (точке прицеливания, ожидаемой точке попадания или СТП) не обойтись.

Представим, что мы произвели по мишени большое количество выстрелов (рис. 5а) и хотим понять, как они распределены.

Важное предположение, которое мы делаем, заключается в том, что вышеупомянутое рассеивание выстрелов вокруг СТП или точки прицеливания распределено на плоскости каким-то известным образом. Если стрельба происходит в одинаковых

условиях и при неизменной точке прицеливания, в большинстве своем мы встречаемся с группами, когда максимальное количество пробоев сосредоточено в окружности вблизи СТП и все реже по мере удаления от нее (рис. 5). В теории стрельбы такое распределение пробоев на мишенях принято описывать двумерным нормальным законом [4, 5]. И опять же не столько потому, что это истина (оставим этот вопрос за бортом нашей статьи), сколько потому, что это распределение из наиболее подходящих для описания распределения пробоев на мишени исследовано наилучшим образом.

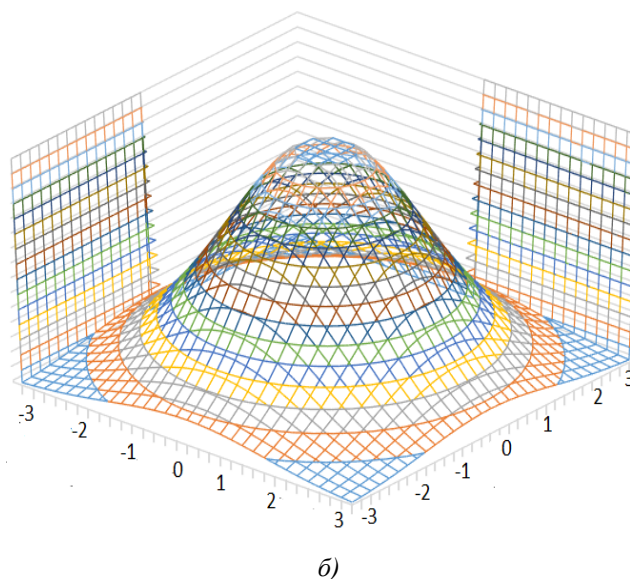
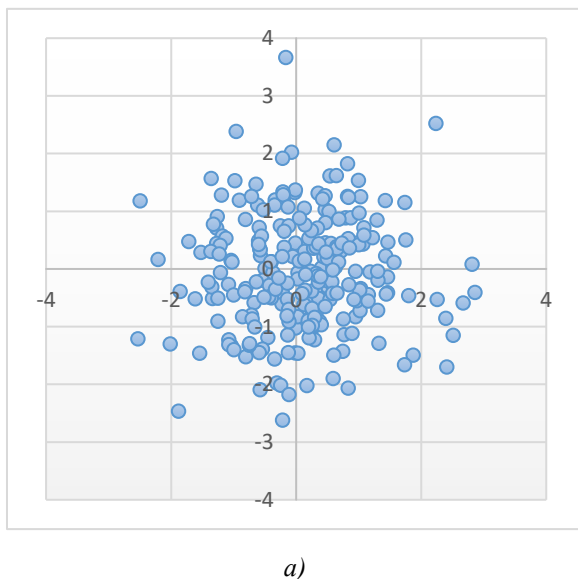


Рисунок 5. а – Смоделированное двумерное нормальное распределение выстрелов на мишени; б – трехмерное изображение распределения плотности вероятностей точек попадания пуль. Единицы измерения по оси кратны σ

Очевидно, что очень затратно определить, будет ли какая-либо винтовка или патрон для этой винтовки иметь истинно двумерное нормальное распределение выстрелов вокруг выборочного СТП. Для этого нужно сделать очень много выстрелов с жестким соблюдением условий. Тем не менее, благодаря множеству наблюдений, считается, что эта модель довольно точно описывает групповые распределения для большинства спортивных винтовок и патронов при стрельбе по мишеням. Таким образом, примем, что двумерное нормальное распределение – простая модель того, как рассредоточены выстрелы на нашей мишени с центром координат, проходящем через выборочную СТП, и будем использовать эту модель распределения в наших дальнейших рассуждениях. Есть, конечно, нюанс, заключающийся в том, что выборочная СТП не будет совпадать с истинным центром рассеивания пробоев на мишени. При ограниченности экспериментальных данных возникают ошибки в определении истинных значений параметров распределения, которые можно оценить с использованием аппарата математической статистики. В этой статье применение статистических методов для оценки доверительных интервалов параметров распределения не рассматривается.

Двумерный нормальный закон может описать картину распределения пробоев на мишени во многих случаях через соответствующие статистические параметры распределения. Чтобы поставить в соответствие этому распределению какие-то конкретные цифры, мы должны уметь рассчитывать его параметры. Формулы для расчета параметров распределения по экспериментальным данным аналогичны приведенным выше (2, 3), но их расчет идет по двум осям с учетом корреляции между ними и добавляется расчет коэффициента корреляции.

Можно считать, что закон распределения пробоев на мишени и все его параметры наиболее полно в компактном виде описывают то, что мы называем кучностью и точностью винтовки. Отдельные параметры распределения представляют лишь какую-то часть описания кучности. На практике мы чаще всего имеем дело с очень ограниченными выборками, по которым сложно установить закон распределения. Из-за ограниченности данных распределения при проверке по критерию Пирсона они часто не противоречат сразу нескольким законам. В этих случаях как правило распределение принимается нормальным, даже если вид на мишени визуально отличается от него. На рис. 6а представлены результаты стрельбы

группами по 3 по разным мишеням (на двух мишенях наложились четвертые загрязняющие выстрелы). Если мы будем пытаться найти закон распределения отдельно по каждой группе из 3 выстрелов, то это будет безнадежная затея. Мы видим и вертикальные, и горизонтальные, и симметричные группы, с высокой и низкой кучностью, создается впечатление, что все

они разные. Закономерность распределения пробоев может оформиться только при большом количестве выстрелов. На рис. 6б все группы из рис. 6а объединены в одну большую группу по общей точке прицеливания. С высокой вероятностью можно предположить, что они рассеяны по нормальному закону относительно СТП.

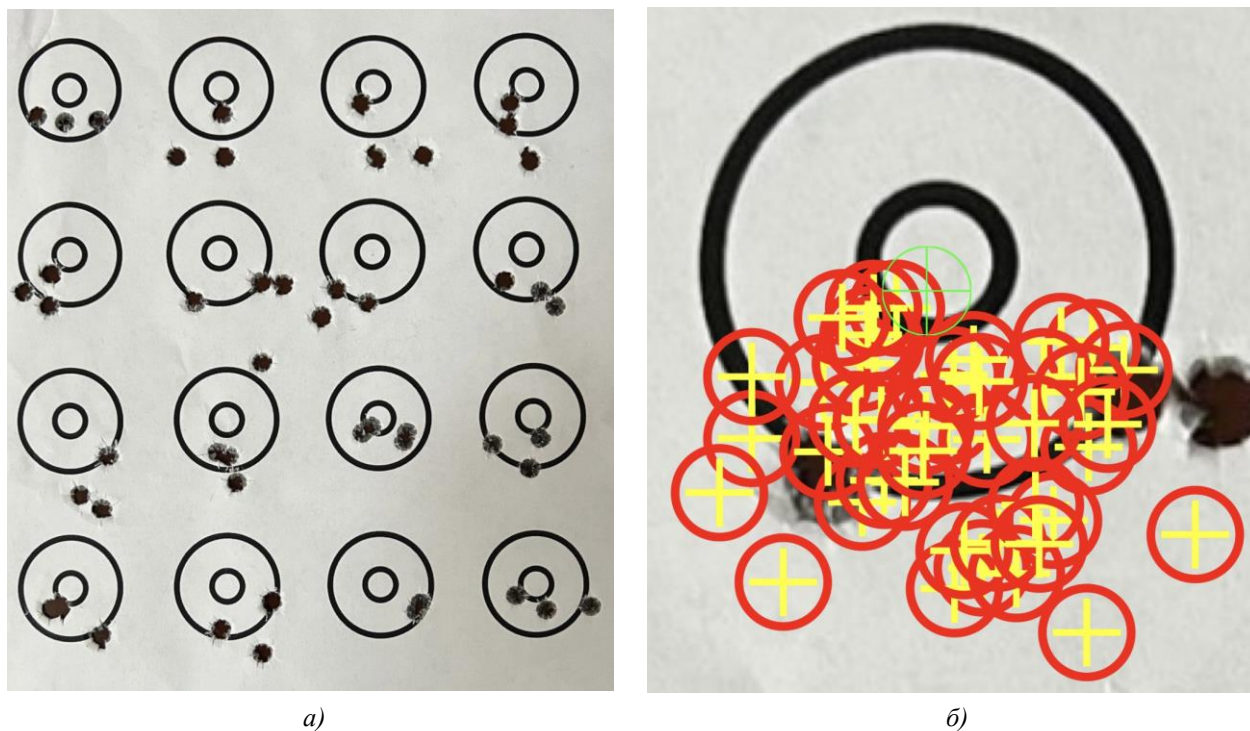


Рисунок 6. (а) 16 групп по 3 выстрела каждая на дистанции 300 метров и (б) объединенные группы на одной мишени (вторая слева во втором ряду) в общем количестве 48 выстрелов

Приведем известные формулы нормального закона распределения пробоев на мишени для двумерной математической модели рассеяния в декартовых координатах [3, 4, 5]. Случайные величины (x, y) ,

распределенные по нормальному закону и описывающие случайное распределение центров пробоев на мишени, имеют совместную плотность распределения:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r_{xy}^2}} \exp \left\{ \frac{1}{2\sqrt{1-r_{xy}^2}} \left[\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{2r_{xy}(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2} \right] \right\}, \quad (4)$$

где x, y – случайные координаты центров пробоев, m_x, m_y – математические ожидания случайных величин x, y , σ_x, σ_y – стандартные отклонения, r_{xy} – коэффициент корреляции, $f(x, y)$ – плотность распределения величин x, y . Эта плотность распределения описывает случайные распределения коррелированных величин с разной вертикальной

и горизонтальной дисперсией, например, эллипс рассеивания пробоев при одной точке прицеливания и разном боковом ветре, который стремится распределить пробоев по направлению с 10 до 4 часов.

Функция совместного распределения двух случайных величин имеет вид:

$$\iint_{(D)} f(x, y) dx dy = \int_{-\infty}^0 \int_x^{\infty} f(x, y) dx dy + \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^x f(x, y) dx dy. \quad (5)$$

В геометрической интерпретации совместная двумерная нормальная плотность распределения пробоев на мишени в координатах (x, y) представляет собой поверхность с одним экстремумом (рис. 7а), вершина которого находится над точкой (m_x, m_y) плоскости (x, y) . Оси симметрии эллипса, центр

которого находится в точке (m_x, m_y) , образуют с осью (Ox) углы α и $\alpha + \pi/2$ (рис. 7б) определяемые из условия:

$$tg2\alpha = 2r_{xy}\sigma_x\sigma_y(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) \quad (6)$$

где r_{xy} – коэффициент корреляции.

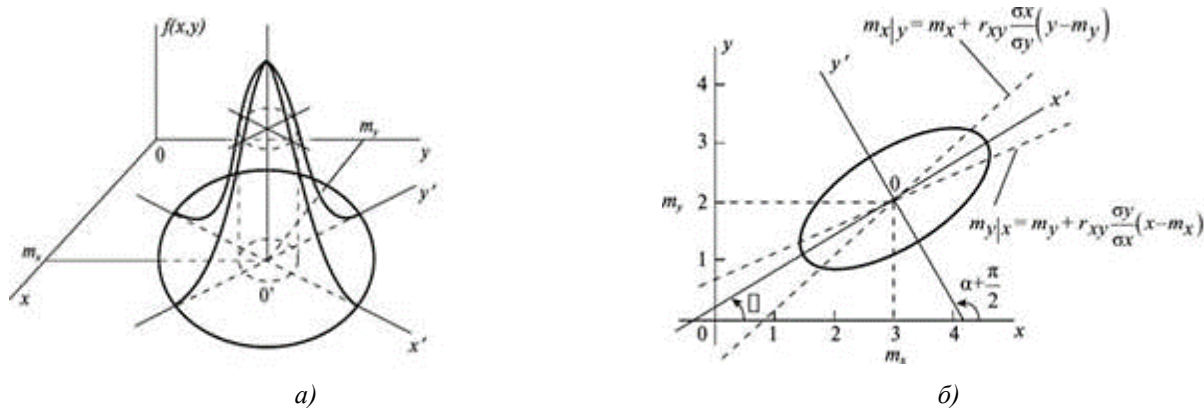


Рисунок 7. (а) Геометрическая интерпретация двухмерного распределения случайных величин (x, y) и (б) представление их эллипса рассеивания на плоскости (x, y)

Корреляция – $cor(x, y)$ – мера взаимозависимости между двумя переменными с коэффициентом от -1 до 1, нормализованная версия ковариантности $cov(x, y)$. Формулы для вычисления коэффициентов ковариации и корреляции имеют следующий вид:

$$cov(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y});$$

$$cor(x, y) = \frac{cov(x, y)}{\sqrt{var(x)var(y)}} \quad (7)$$

Иллюстрация возможных корреляционных связей приведена на рис. 8.

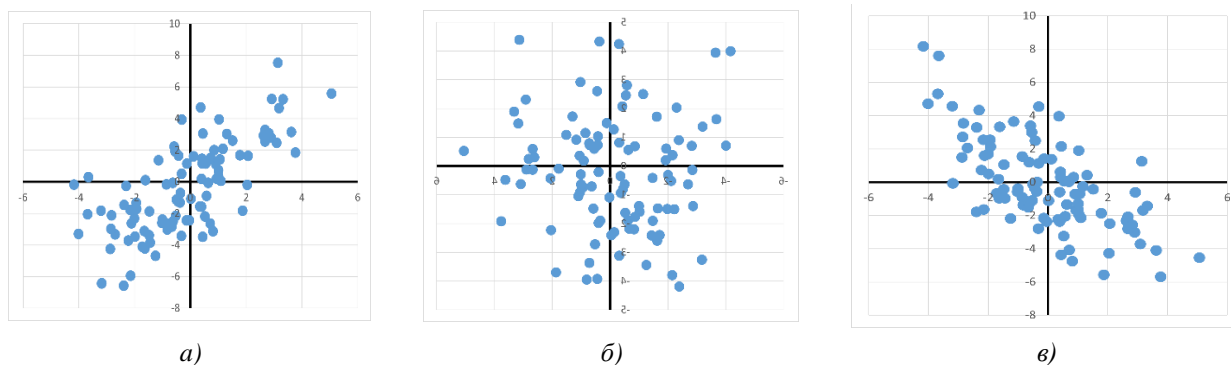


Рисунок 8. Виды корреляционных зависимостей между случайными величинами без смещения СТП: а) положительная связь; б) связь между параметрами отсутствует; в) отрицательная связь

Оси симметрии эллипса (рис. 7б) называются главными осями рассеивания, сам эллипс — эллипсом рассеивания (эллипсом равной плотности), а центр эллипса — точка (m_x, m_y) — центром рассеивания. Аппликата его вершины равна

$$f(m_x, m_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r_{xy}^2}} \quad (8)$$

Эллипс рассеивания в стрельбе встречается не так уж редко, когда по каким-то причинам винтовка разбрасывает пули преимущественно в вертикальном или горизонтальном направлении, или отклонения пуль идут под действием ветра, или когда стреляют по наклонной или горизонтально расположенной цели. То же самое можно сказать о корреляции, которая проявляется наиболее ярко, например, при стрельбе в разный боковой ветер при одной точке прицеливания, когда пробойны преимущественно располагаются на мишени по линии с 10 на 4 часа. Поэтому, перед тем как принимать гипотезу о круговом рассеивании, нужно проверить вертикальную и горизонтальную дисперсии и коэффициент корреляции.

Если координатные оси совпадают с осями симметрии эллипса рассеивания, то уравнение эллипса рассеивания будет иметь простейший (канонический) вид. В соответствии с рис. 7, для приведения уравнения эллипса к каноническому виду достаточно перенести начало координат в точку (m_x, m_y) , а координатные оси повернуть на угол α . В преобразованной системе координат $(x' \theta' y')$ система случайных величин (x', y') будет выражаться через исходную систему случайных величин (x, y) формулами:

$$x' = (x - m_x)\cos\alpha + (y - m_y)\sin\alpha, \quad (9)$$

$$y' = -(x - m_x)\sin\alpha + (y - m_y)\cos\alpha.$$

В новых осях $(x' \theta' y')$ каноническая форма нормального закона системы случайных величин (x', y') имеет вид:

$$f(x', y') = \frac{1}{2\pi\sigma'_x\sigma'_y} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x'}{\sigma'_x}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{y'}{\sigma'_y}\right)^2\right\} \quad (10)$$

где: σ'_x и σ'_y называются главными средними квадратическими отклонениями:

$$(\sigma_{x'})^2 = \sigma_x^2 \cos^2 \alpha + r_{xy} \sigma_x \sigma_y \sin 2\alpha + \sigma_y^2 \sin^2 \alpha, \quad (11)$$

$$(\sigma_{y'})^2 = \sigma_x^2 \sin^2 \alpha - r_{xy} \sigma_x \sigma_y \sin 2\alpha + \sigma_y^2 \cos^2 \alpha,$$

Найдем вероятность попадания случайной пробоины (x, y) , распределенной по нормальному закону с параметрами $m_x = m_y = 0$; σ_x ; σ_y в эллипс рассеивания, центр которого совпадает с началом координат, а полуоси a_x и a_y пропорциональны средним квадратическим отклонениям σ_x и σ_y ($a_x = k \sigma_x$; $a_y = k \sigma_y$) и направлены по координатным осям. Уравнение эллипса B_k будет иметь вид:

$$\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2} = k^2. \quad (12)$$

Вероятность попадания случайной пробоины (x, y) в эллипс рассеивания будет равна:

$$P\{(X, Y) \in B_k\} = \iint_{(B_k)} \frac{1}{2\pi\sigma_x'\sigma_y'} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x'}{\sigma_x'}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{y'}{\sigma_y'}\right)^2\right\} dx dy. \quad (13)$$

Если случайные величины x и y изначально некоррелированы, а значит независимы ($r_{xy} = 0$), при этом вертикальное рассеивание σ_y , например, из-за вертикальной вибрации ствола, будет отличаться от горизонтального σ_x , то плотность вероятности будет иметь вид:

$$f(x, y) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}\right] \cdot \frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}\right], \quad (14)$$

где: $f(x, y) = f(x) \cdot f(y)$, $f(x)$ – нормальный закон распределения случайных величин x с параметрами m_x , σ_x и $f(y)$ – нормальный закон распределения случайных величин y с параметрами m_y , σ_y .

Вероятность попадания случайной пробоины $\{X, Y\}$ в какую-либо область G на плоскости (x, y) определяется равенством

$$P\{(X, Y) \in G\} = \iint_G f(x, y) dx dy \quad (15)$$

т. е., численно равна объему под поверхностью $f(x, y)$ над этой областью (рис. 9). Если при этом стандартные отклонения (или дисперсии) одинаковы, $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$, то нормальный закон распределения называют круговым с центром в точке (m_x, m_y) . Эллипс рассеивания принимает форму круга, что характерно для стрельбы по мишени при одинаковых условиях, и случайные величины остаются независимыми при любом выборе системы декартовых координат, т. е. при любом повороте координатных осей. В круговом рассеивании все направления главные. В этом случае плотность нормального закона распределения имеет вид:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{(x-m_x)^2 + (y-m_y)^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (16)$$

Вероятность попадания в круг, центр которого совпадает с центром кругового нормального распределения, вычисляется аналитически. Для этого частного случая расчетная формула может быть получена следующим образом. Подставив (16) в (15), получим

$$P\{(X, Y) \in G\} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \iint_G \exp\left[-\frac{(x-m_x)^2 + (y-m_y)^2}{2\sigma^2}\right] dx dy \quad (17)$$

где область G — круг радиуса R с центром в точке (m_x, m_y) (рис. 10б).

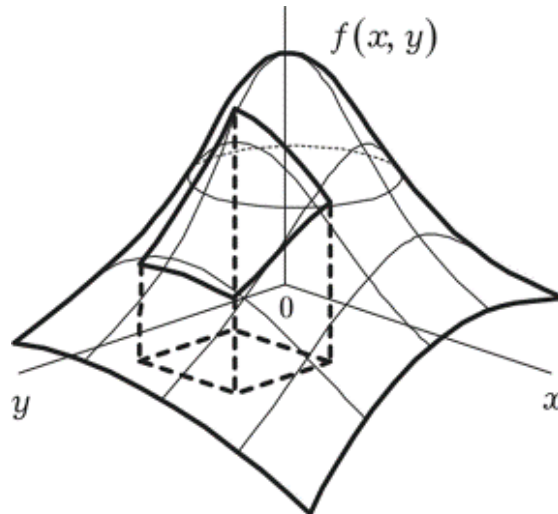


Рисунок 9. Вероятность попадания случайной точки $\{X, Y\}$ в область G

Перенос начала координат в точку (m_x, m_y) позволяет записать это выражение в виде

$$P\{(X, Y) \in G\} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \iint_G \exp\left[-\frac{x_1^2 + y_1^2}{2\sigma^2}\right] dx dy. \quad (18)$$

В зависимости от конкретной картины на мишени по соотношению точки прицеливания, средней точки попадания и формы (рис. 10) нормальное распределение может быть преобразовано в другие распределения.

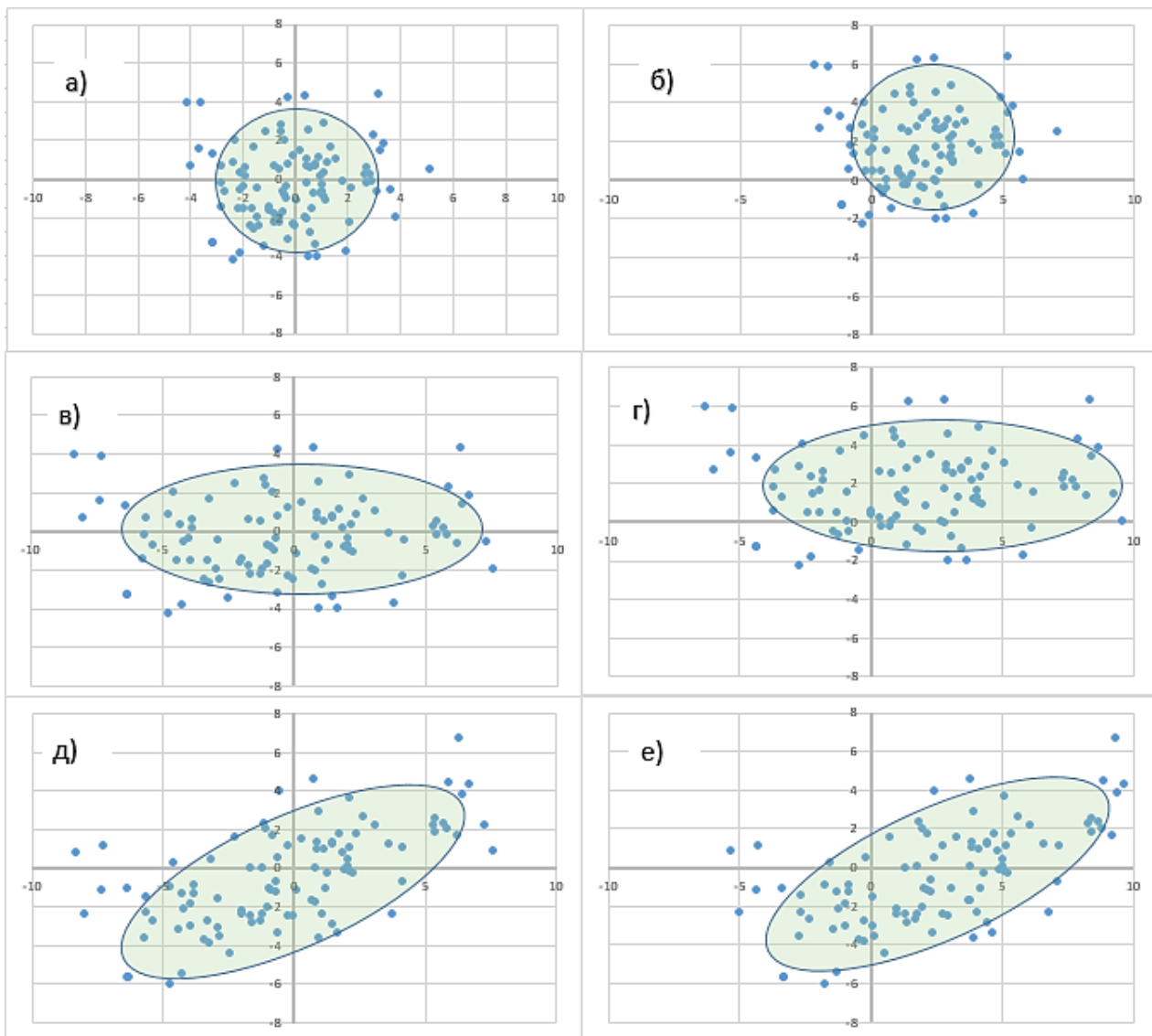


Рисунок 11. Различные виды двумерного нормального распределения с отклонениями точки прицеливания и точки попадания [15]

Для желающих погрузиться в тему глубже есть много источников [8]. Коротко можно сказать следующее. Если координаты пробойн x и y соответствуют двумерному нормальному распределению, радиальная ошибка может соответствовать одному из нескольких распределений, в зависимости от ситуации [15]. Когда центр координат и СТП совпадают, а дисперсии по обоим координатам равны, радиальная ошибка соответствует распределению Рэлея (см. ниже). Распределение Рэлея — это непрерывное распределение вероятностей, используемое для моделирования случайных величин, которые могут принимать только значения, равные или большие нуля.

В свою очередь, распределение Рэлея имеет связь с другими распределениями вероятностей. Когда параметр масштаба (σ) равен 1, распределение Рэлея равно распределению хи-квадрат с 2 степенями свободы. Распределение Рэлея является частным случаем распределения Вейбулла с параметром формы $k = 2$. Когда центр координат и СТП не совпадают, радиальная ошибка в двумерной некоррелированной

нормальной случайной величине с равными отклонениями соответствует распределению Райса, которое является обобщением распределения Рэлея.

Когда центр координат и СТП совпадают, радиальная ошибка двумерной коррелированной нормальной случайной величины с неравными дисперсиями соответствует распределению Накагами или Хойта. Распределение Хойта сводится к распределению Рэлея, если корреляция равна 0 и отклонения равны.

Общий случай имеет место, если центр координат и СТП не совпадают, а точки попадания имеют двумерное коррелированное нормальное распределение с неравными отклонениями.

Таким образом, указанные законы позволяют описать практически все встречающиеся на практике закономерные распределения пробойн на мишени.

С математической точки зрения, в каких исходных координатах представлять пробойны на мишени — это вопрос чисто математических операций, поскольку декартова система координат легко преобразуется в полярную систему координат и наоборот. Мы это

покажем ниже. Однако, представляя физическую картину выстрела, мы понимаем, что рассеяние пуль в разных направлениях идет относительно оси ствола. Поэтому привязка центра рассеивания пуль к оси ствола и к средневзвешенной точке попадания пули более естественная, более близкая к физической сути реального процесса, чем представление их рассеивания в прямоугольных координатах. Описание рассеяния точек попадания в таких координатах при одинаковых дисперсиях по осям и совмещенных центрах прицеливания и попадания дает распределение Рэлея.

Математическая модель рассеяния точек попадания на мишени в предположении распределения Рэлея

Если выборочная статистика однородных пробоин на мишени проявляет себя как нормально распределенная с одинаковыми дисперсиями по осям и нулевым коэффициентом корреляции, то есть, рассеивание по всем направлениям имеет одинаковую частоту, в этом случае ее можно описать распределением Рэлея [12], перейдя от координат (x, y) к вектору r и углу φ (рис. 11). Приняв равномерное

распределение параметра направления вектора случайной величины φ , можно перейти к распределению только одного параметра - расстояния r от случайной точки до центра рассеивания. Однако мы должны понимать, что при переходе от нормального закона распределения к распределению Рэлея мы теряем информацию о координатах пробоин на мишени в виде двух величин (x, y) или (r, φ) , о расстоянии между пробоинами и экстремальном размере групп, то есть, таким образом теряем возможность расчета показателя экстремального размера групп d через параметры распределения Рэлея. В распределении Рэлея величина r задает отклонение точки попадания от истинного центра попаданий. Отметим, что истинный центр попаданий не совпадает с выборочным СТП из-за ограниченного объема выборки и случайности точек попадания. В отличие от распределения Рэлея, где истинный центр попадания предполагается известным, при стрельбе из реального оружия мы никогда не узнаем истинный центр попадания и вместо него вынуждены всегда использовать центр выборки (СТП), что вносит некоторую ошибку в расчеты.

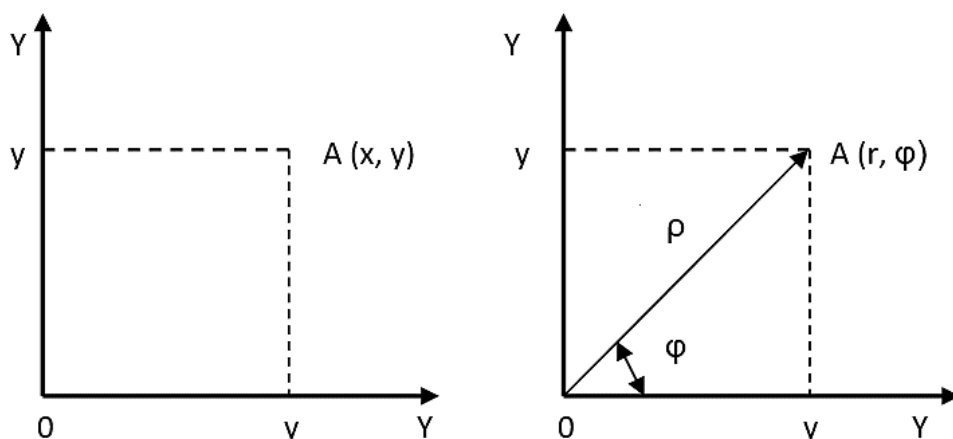


Рисунок 11. Прямоугольная система координат (а) и соответствующая ей полярная система координат (б)

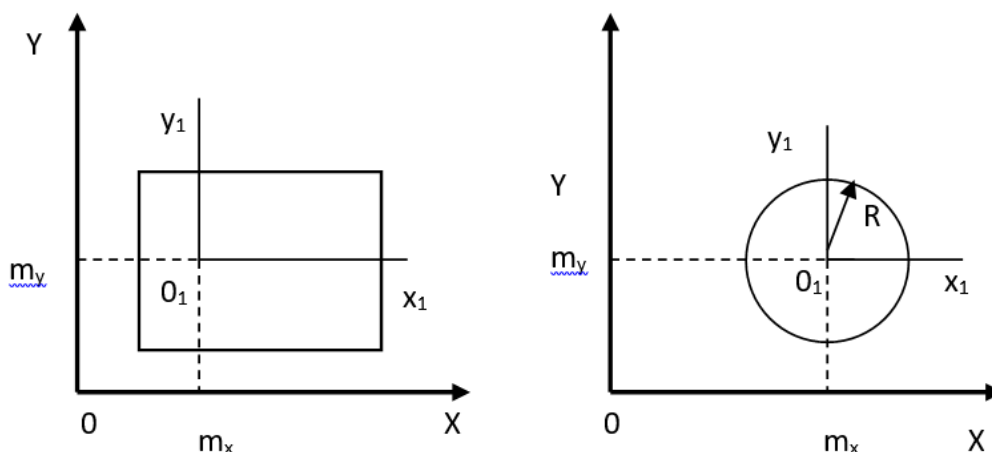


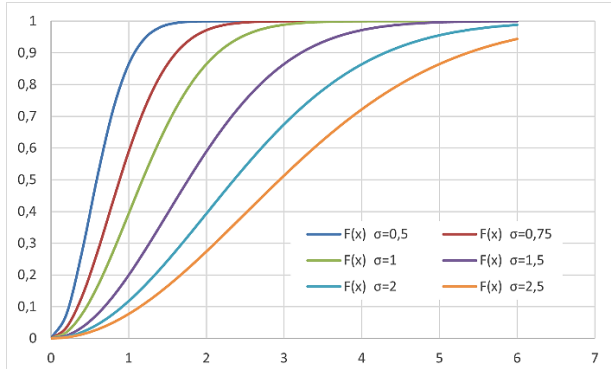
Рисунок 12. Координата случайной точки в прямоугольной (x, y) и полярной (r, φ) системах координат

Преобразуем прямоугольные координаты (x, y) в полярные координаты (r, φ) с помощью уравнений связи [12]:

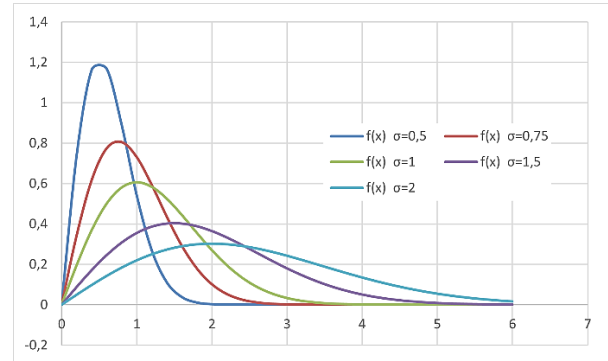
$$x = r \cdot \cos\varphi; y = r \cdot \sin\varphi; \operatorname{tg}\varphi = \frac{x}{y}; r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad (19)$$

$$\cos\varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}; \sin\varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\text{при } \left(0 < r < \frac{k}{\sqrt{2}}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi\right).$$



а)



б)

Рисунок 13. Функция и плотность распределения Рэлея при разных значениях σ ; x – расстояние пробойны от центра попадания

Плотность вероятности распределения величины r для закона Рэлея имеет вид:

$$f(r, \sigma) = \frac{r}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad (20)$$

где: σ – параметр распределения Рэлея. Функция распределения Рэлея определяется выражением:

$$P(R < r) = \int_0^r f(\theta, \sigma) d\theta = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right). \quad (21)$$

Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение и медиана определяются через параметр σ формулами:

$$M(r) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma = m_r = 1,253 \sigma;$$

$$D(r) = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma^2$$

$$\text{или } D(r) = \left(\frac{4-\pi}{2}\right) \sigma^2 = 0,429 \sigma^2; \quad (22)$$

$$\sigma_r = \sqrt{D(r)} = 0,655 \sigma;$$

$$Me = \sigma\sqrt{2\ln 2} = 1,177\sigma.$$

Средний промах или математическое ожидание $M(r)$ случайной величины r , таким образом, равно $1,253 \sigma$, дисперсия равна $0,429 \sigma^2$, стандартное отклонение равно $0,655 \sigma$, а медиана равна $Me = 1,177 \sigma$.

Рассмотрим модель, описывающую закономерность рассеивания пуль по закону Рэлея, зависящего от одного параметра r , который называют промахом. На рис. 13 показаны вид функции и плотности распределения Рэлея при различных значениях параметра σ . Этот параметр (мода) отличается от дисперсии σ в прямоугольной системе координат, что будет показано ниже. Но мы не стали обозначать его другим символом.

В законе Рэлея параметр σ включает квадрат радиуса r_i и его выборочное значение приближенно определяется по формулам [11]:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N r_i^2; \quad \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N r_i^2}, \quad (23)$$

где: N – число выстрелов, r_i – радиус от СТП до центра отверстия. СТП в данном случае определяется как выборочный центр рассеивания. Уточнение расчета параметра σ может быть сделано поправкой с помощью формулы:

$$\sigma = k \cdot \hat{\sigma}, \quad k = \frac{4^N N!(N-1)! \sqrt{N}}{(2N)! \sqrt{\pi}}$$

Чтобы найти доверительный интервал $(1 - \alpha)$, в котором находится истинное значение параметра σ , нужно найти границы $[a, b]$, где:

$$P(\chi_{2N}^2 \leq a) = \alpha/2; \quad P(\chi_{2N}^2 \leq b) = 1 - \alpha/2,$$

тогда параметр σ будет находиться в пределах

$$\frac{N\bar{x}^2}{b} \leq \hat{\sigma}^2 \leq \frac{N\bar{x}^2}{a}.$$

Генерация случайных величин распределения Рэлея может производиться следующим образом. Берется случайная величина U , полученная из равномерного распределения в интервале $(0, 1)$, и тогда величина X , вычисляемая по формуле

$$X = \sigma\sqrt{-2 \ln U},$$

имеет распределение Рэля с параметром σ . То есть, текущие значения X получаются путем применения метода выборки с обратным преобразованием.

Наиболее точно параметр σ может быть определен по гистограмме распределения с использованием критерия Пирсона, но для этого нужно достаточно большое количество выстрелов.

Зависимость поправочного коэффициента k от числа выстрелов приведена на рис. 14. Из графика следует, для числа выстрелов более 5 поправка составляет менее 2.5% и в этом случае ей можно пренебречь.

Расчет среднего радиуса точек попадания R и математического ожидания промаха по формулам $R = \frac{1}{N} \sum_i r_i$ и $M(r) = 1,253 \sigma$ при малой выборке естественно будет давать несовпадения, но при увеличении выборки значения R и $M(r)$ будут сходиться к одной цифре.

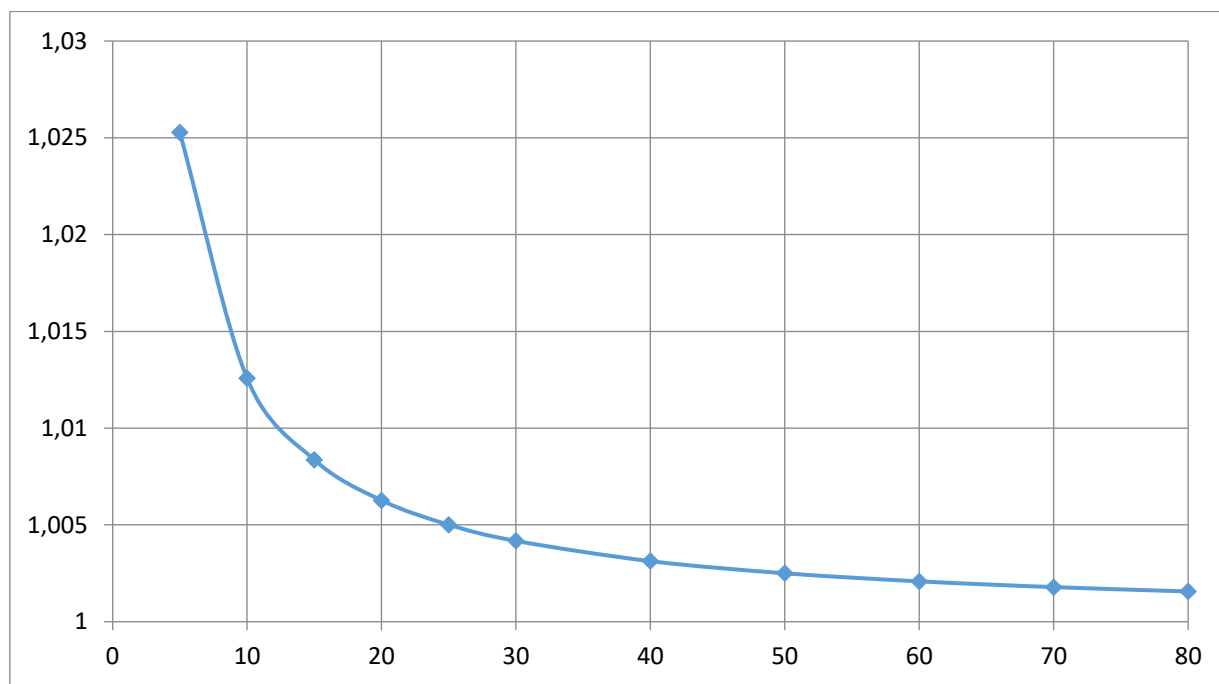


Рисунок 14. Зависимость поправочного коэффициента k от числа выстрелов

На рис. 15 вместе с плотностью распределения Рэля показаны единичный круг рассеивания радиусом σ и круг радиуса KBO , в который попадает половина всех реализаций промаха r .

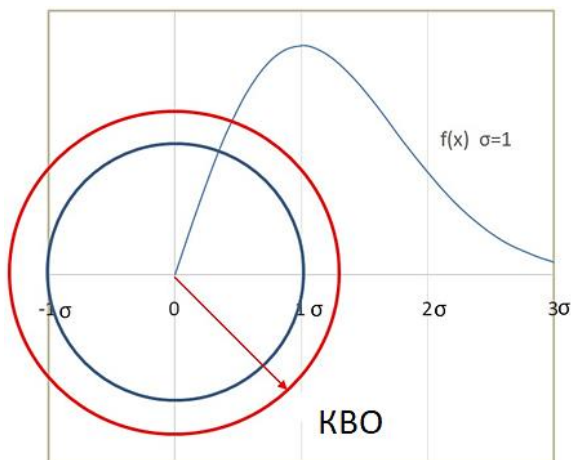


Рисунок 15. Распределение Рэля.

Синий - единичный круг рассеивания радиусом σ , красный - круг радиуса KBO , в который попадает половина всех реализаций промаха r

В законе Рэля отношение стандартного отклонения к матожиданию является постоянной величиной ε : $\varepsilon = \sigma(r)/M(r) = \sigma_r / m_r = 0,655 \sigma / 1,253 \sigma = 0,522$. Это очень важная константа при оценке точности измерения кучности. При наличии нескольких групп распределение m_r в зависимости от числа выстрелов в группе имеет свой закон со своим средним квадратическим отклонением σ_{mr} , но пропорции сохраняются, и это важное свойство можно использовать при оценке отклонения показателей кучности от среднего значения, при оценках доверительных интервалов кучности по ограниченному числу данных и при составлении таблиц кучности.

Теперь настал момент связать кучность и распределения случайных величин. Используя параметры распределения Рэля, мы можем вычислить наиболее полезные показатели кучности винтовки - средний радиус точек попадания (R, MR), круговое вероятное отклонение (KBO, CEP), радиус охватывающей окружности R_{100} , поскольку они сформированы из параметров распределения Рэля и являются функцией параметра σ . Средний радиус точек попадания R (*Mean Radius, MR*) примерно равен математическому ожиданию (среднему промаху $M(r)$) случайной величины r , которое в свою очередь равно $M(r) = 1,253 \sigma$.

Круговое вероятное отклонение (*КВО*) – один из показателей кучности, применяемых в профессиональной деятельности [2], *КВО* или *Circular Error Probable (CEP)* по сути является медианой в распределении Рэля, равной $Me = 1,177 \sigma$, это радиус круга, в который попадает половина всех случайных точек при круговом нормальном рассеивании. Это также наименее вероятный промах σ , применяемый в системе классификации баллистической кучности [16] и совпадающий с радиусом единичного круга рассеивания σ , вероятность попадания в который равна $p = 1 - \exp(-0.5) = 0,393$.

Почти все показатели кучности, учитывающие информацию обо всех выстрелах, являются функцией от параметра σ в распределении Рэля, поэтому все они передают одну и ту же базовую информацию.

Экстремальный размер группы d , как и другие показатели кучности, основанные на измерении крайних значений, не является параметром распределения Рэля и сам имеет другое распределение, которое приведено ниже.

Найдем интеграл (8), перейдя от декартовой системы координат (x, y) к полярным координатам (r, φ) , которые логически больше подходят для описания физики процесса выстрела в случае некоррелированных и независимых случайных величин с одинаковыми дисперсиями и нулевыми математическими ожиданиями.

Рассмотрим случайную величину с координатами (x, y) , распределенную вокруг начала координат $(0, 0)$ по круговому нормальному закону: $m_x = m_y = 0$, $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$. Введем в рассмотрение величину r – расстояние от случайной точки (x, y) до центра рассеивания. Вероятность того, что случайная точка (x, y) попадает внутрь круга с радиусом r определяется по формуле (24) при $k = r/\sigma$. Перейдя от прямоугольных координат (x, y) к полярным координатам (r, φ) , т. е. полагая $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$ и учитывая, что $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$, получим вероятность того, что пуля попадет в круг с радиусом r , в центре которого находится точка прицеливания (попадания):

$$P_1 = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right). \quad (24)$$

Соответственно, вероятность того, что из n независимых выстрелов хотя бы одна пуля попадет в круг радиусом r будет равна:

$$P = 1 - (1 - P_1)^n = 1 - \exp\left(-\frac{n r^2}{2\sigma^2}\right). \quad (25)$$

Формулы (24–25) определяют вероятность попадания нормально распределенной случайной точки в круг радиуса r , центр которого совмещен с центром кругового нормального распределения. Соответствующая кумулятивная функция распределения

$$f_R(r) = \int_0^{2\pi} f_{R,\varphi}(r, \varphi) d\varphi = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2+d^2}{2\sigma^2}\right) \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{r-d}{\sigma^2} \cos \varphi\right) d\varphi \quad (26)$$

Имеются таблицы функции нецентрального распределения Рэля с помощью которых вычисляют вероятность попадания в смещенный круг

дает нам вероятность того, что выстрел попадет в пределах заданного радиуса от центра. Например, мы ожидаем, что 39% выстрелов попадут в круг радиусом σ , 86% - в пределах 2σ и 99% - в пределах 3σ (рис. 16).

С помощью распределения Рэля можно описать группу пробойн, приведенную на рис. 5а и 6б, поскольку по виду это круговое нормальное распределение, вычислить средний радиус пробойн и другие параметры рассеивания. Вероятность попадания в круг радиусом r удобно вычислять в полярных координатах (r, φ) с началом в центре круга (r – промах, φ – направление промаха).

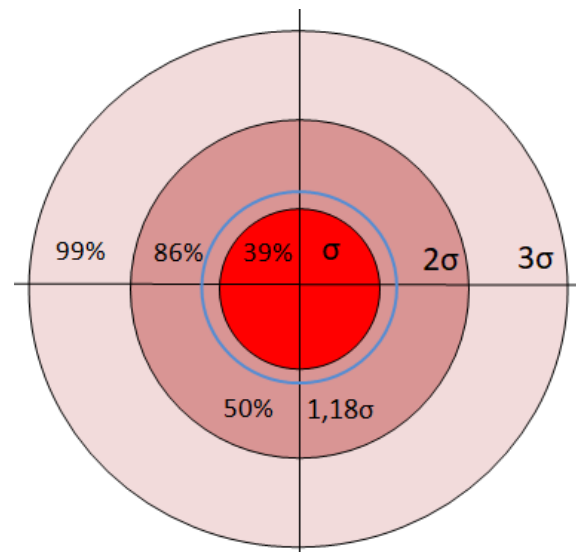


Рисунок 16. Рэлевское распределение вероятности попадания выстрелов в круг радиусом σ , 2σ и 3σ . Синяя окружность – радиус, соответствующий *КВО*

Обратим внимание, что функции (20, 21, 24, 25) в нашем примере зависят только от параметра $k = r^2/\sigma^2$. Поскольку на практике часто наблюдается смещение центра круга (точки прицеливания) от центра рассеивания (СТП), приведем формулы оценки вероятности попадания в круг также и для этого случая. При круговом рассеивании все направления главные, декартову систему координат можно ориентировать так, чтобы центр рассеивания находился на оси Ox . Тогда параметрами рассеивания декартовых координат (X, Y) будут $m_x = -h$, $m_y = 0$, $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$, где h – смещение центра круга от центра рассеивания. При смещенном СТП вероятность попадания в круг диаметром r можно определить из формулы плотности распределения промахов, которую можно получить интегрированием совместной плотности по всем возможным значениям:

$$W(r, h) = \int_0^r \exp\left(-\frac{t^2+h^2}{2}\right) I_0(ht) t dt \quad (27)$$

Если стрельба корректируется, то есть, вероятность попадания следующего выстрела ставится в зависимость от поправки относительно точки попадания предыдущего выстрела, то такие выстрелы нельзя считать независимыми. Поскольку выстрелы станут зависимыми, то формула (26) будет описывать худший случай. Для зависимых выстрелов может быть представлена схема корректировки и соответствующая ей формула оценки вероятности поражения цели (мишени, гонга) радиусом r .

Математическая модель распределения экстремального размера группы d

Функция распределения координат случайных пробоев (x, y) на мишени может подчиняться нормальному закону, однако функция распределения случайных размеров между пробоинами a_i и функция распределения экстремального размера группы d ($d = \max\{a_1 \dots a_p\}$, где $a_1 \dots a_p$ – расстояния между пробоинами, p – количество расстояний между пробоинами в группе, $p = m \cdot (m - 1) / 2$, m – число пробоев) в этом случае будут иметь другой закон распределения. От вида закона распределения величины d зависят его параметры распределения, интервальные оценки среднего D и оценки разброса случайных значений d_i относительно среднего D .

Случайная величина d является экстремальным размером в группе из всех $\frac{m(m-1)}{2}$ возможных размеров между пробоинами. Если исходные пробоины на мишени распределены по нормальному закону, то для этого случая распределения экстремальных размеров групп хорошо изучены.

Наиболее подходящим распределением для экстремального размера d при заданном значении m оказалось обобщенное распределение экстремальных значений (GEV). Плотность распределения экстремальных значений будет равна [11]:

$$f(x) = \left\{ \frac{1}{\sigma} \left(1 + c \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{c} - 1} \right\} e^{-\left(1 + c \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{c}}}$$

при $x \geq \mu - \frac{\sigma}{c}$ (28)

и $f(x) = 0$ при $x < \mu - \frac{\sigma}{c}$

μ – параметр местоположения, σ – параметр масштаба, c – параметр формы. То есть, это распределение зависит от трех параметров.

Для оценки параметров распределения μ, σ, c по выборке нами использовался метод максимального правдоподобия. Для проверки гипотезы о соответствии распределения обобщенному распределению экстремальных значений использовался критерий хи-квадрат. Статистика критерия:

$$X = n \sum_{i=1}^k \frac{(w_i - p_i)^2}{p_i}$$

где k – число интервалов группировки, $w_i = \frac{n_i}{n}$ – наблюдаемые частоты попадания в интервалы, p_i – ожидаемые частоты попадания в интервалы, вычисленные в предположении GEV распределения, параметры которого оценены по выборке. В предположении, что гипотеза о GEV распределении верна, X имеет хи-квадрат распределение с $k - 1 - 3$ степенями свободы (3 параметра распределения оценивались по выборке). Также вычислены основные характеристики распределения: среднее, дисперсия, стандартное отклонение, медиана, асимметрия, эксцесс, мода.

Закон распределения экстремальных размеров (28) имеет несимметричный вид, поэтому важно оценить степень несимметричности для расчета доверительных интервалов. Исследование вида закона распределения экстремальных значений при разном количестве групп показывает, что с увеличением количества групп он достаточно быстро приближается к нормальному закону (рис. 17).

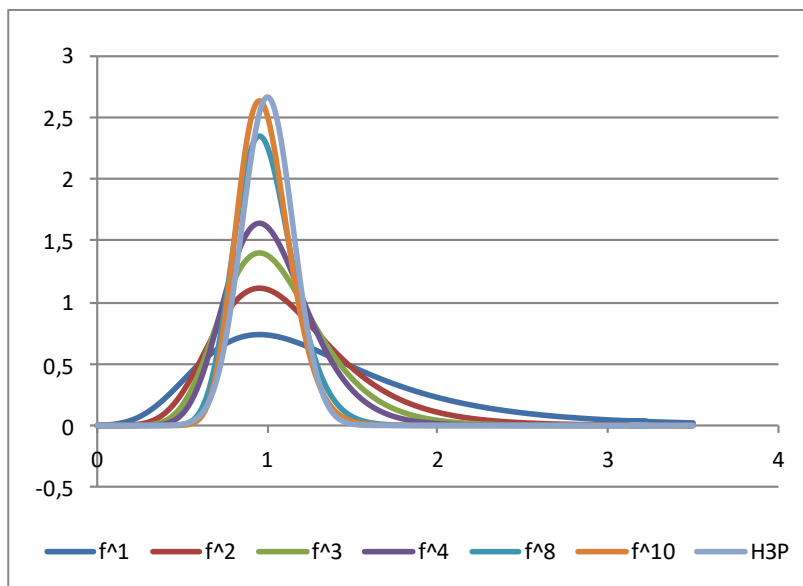


Рисунок 17. Вид распределения экстремального размера групп d при различном числе групп

Для очень малого числа групп он является несимметричным и для сокращения числа параметров при оценке точности среднего значения можно использовать только его верхнюю оценку.

В *GEV* распределении отношение параметров местоположения и масштаба близко к постоянной величине, как и в законе распределения Рэля, и это позволяет использовать ее точное значение при

ограниченном числе данных. Отметим, что дисперсия размеров групп вокруг среднего значения d очень большая, что создает проблему практического применения только среднего значения d при прогнозировании результатов стрельбы. Для моделирования возможных значений кучности кроме среднего значения необходимо как минимум использовать стандартное отклонение σ_d .

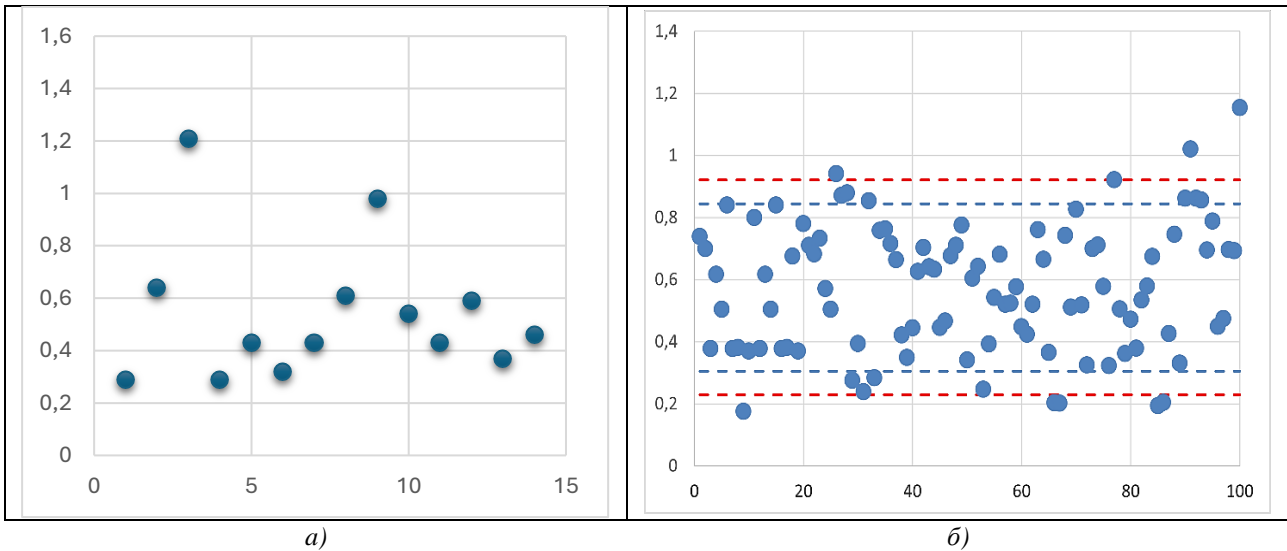


Рисунок 18. (а) - Реальные 14 групп со средней кучностью 0,54 МОА

(б) - Моделирование последовательности экстремальных размеров групп d ($n = 100$) со средней кучностью 0,54 МОА в интервалах доверительной вероятности 0,8 и 0,9 (штриховые линии)

На рис. 18б с помощью генератора случайных чисел с использованием формулы (28) получены 100 размеров групп при средней кучности 0,54 МОА. Для этого моделировалась группа из m двумерных точек $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$. При этом предполагается, что точки двумерного нормального распределения независимы $(x_i, y_i) \sim N\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{pmatrix}\right)$ при $i = \overline{1, m}$.

Вычислялась матрица D расстояний между точками

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2},$$

$i = \overline{1, m}; j = \overline{i + 1, m}$ – всего $\frac{m(m-1)}{2}$ расстояний.

Вычислялся максимум расстояния $\max d = \max d_{ij}$. Для оценки распределения величины $\max d$ эксперимент повторялся n раз. По полученной выборке $\max d_i, i = \overline{1, n}$ строились гистограммы распределения. Для сравнения на рис. 18а приведен экстремальный размер 14 реальных групп.

На рис. 18 видно, что только среднего значения показателя экстремального размера d явно не хватает для описания кучности винтовки. Нужен по крайней мере еще показатель среднего квадратического отклонения σ_d , который приблизительно можно вычислить по формулам для нормального распределения:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j; \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{X})^2; \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

где x_j – случайные числа, n – количество случайных чисел, \bar{X} – среднее значение в выборке, σ^2 – дисперсия, σ – среднее квадратическое отклонение.

Однако надо учитывать, что из-за того, что распределение экстремального размера d несимметрично, относительно среднего «плохих» групп на самом деле будет больше, чем «хороших» (рис. 19а). Более точно параметры распределения экстремального размера групп вычисляются с использованием критерия хи-квадрат.

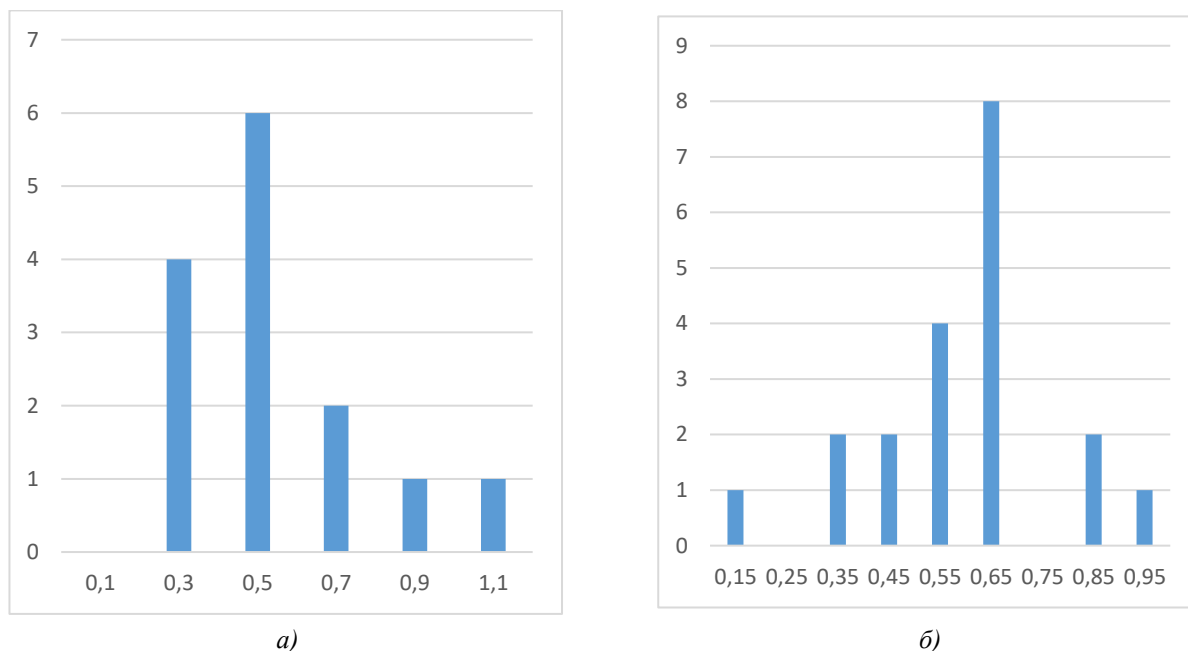


Рисунок 19. а - Диаграммы частоты экстремального размера *d* реальных 14 групп со средней кучностью 0,54 MOA и б - 20 групп со средней кучностью 0,6 MOA

Распределение экстремального размера *d*, так же, как и распределение Рэля, обладает удивительным свойством, заключающимся в связи среднего *D* и среднего квадратического отклонения σ_d , а именно, отношение σ_d/D является постоянным при заданном числе выстрелов в группе, независимо от абсолютного значения *D*. Это свойство позволяет не вычислять каждый раз параметр σ_d , а просто, зная среднее значение *D* при заданном числе выстрелов в группе, рассчитывать его, умножая на известный коэффициент вариации, который для числа выстрелов в группе $m = 3$ примерно равен 0,4, для числа выстрелов в группе $m = 5$ равен 0,3, для числа выстрелов в группе $m = 10$ равен 0,2 и т. д.

Формулы (1–28) могут быть использованы для описания и моделирования распределений пробоев на мишени, для обоснования и расчета показателей оценки кучности, оценки вероятности попадания в круг мишени радиусом *r* при СТП, расположенном в центре мишени или смещенном относительно него, а также для статистического моделирования результатов стрельбы.

Наиболее полно кучность спортивной винтовки может быть описана законом распределения пробоев и всеми его параметрами. При ограниченном объеме экспериментальных данных добавляются еще интервальные оценки.

В ряде случаев для оценки параметров распределения требуется композиция законов распределения или функции распределения случайных аргументов [7, 14]. Скажем о них буквально несколько слов.

Композиции законов распределения

Есть несколько независимых величин, распределенные по нормальному закону. Например, масса колпачка, масса наковаленки и масса ударного состава в капсуле. Требуется найти закон распределения массы капсуля. Композиция этих законов также подчиняется нормальному закону распределения величины: $M = X + Y + Z$.

Функции от нормально распределенных аргументов

Пусть дана система случайных величин (X_1, X_2, \dots, X_n) , подчиненная нормальному закону распределения. Случайная величина *Y*, представляющая линейную функцию этих величин, также подчиняющаяся нормальному закону: $Y = \sum a_i X_i + b$. Например, случайная величина *Y* это скорость пули, а аргументы функции масса навески X_1 и масса пули X_2 .

Использование математических моделей, описывающих закономерности рассеивания координат точек попадания на мишени, позволяет глубже понять теоретические основы картины пробоев на мишени и физический смысл применяемых показателей кучности, обеспечить их осознанный выбор и управление кучностью.

Выводы

1. Дан аналитический обзор математических моделей, адаптированных для описания рассеивания точек попадания на мишени, рассеивания начальной скорости пули и других параметров в спортивной стрельбе.
2. Показаны источники формирования показателей кучности и связь показателей кучности с параметрами статистических распределений.

Список литературы:

1. Богословский В.Н., Кадомкин В.В. Метод оценки кучности нарезного гражданского оружия. // Universum: технические науки. - 2022.-№ 11(104_1). с. 34–46.
2. Богословский В.Н., Кадомкин В.В., Жуков И.Г. Показатели кучности спортивной и охотничьей винтовки. Аналитический обзор. // Universum: технические науки. - 2024.-№ 4(121_3). С. 29-44
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей; Учебник для вузов. - 6-ое изд. - М.: «Наука», 1999 – 576 с.
4. Двумерный закон распределения случайной величины //Wikipedia [Электронный ресурс] URL www.wikipedia.org . (Дата обращения 14.03.2024).
5. Двухмерное нормальное распределение // Bstudy.net [Электронный ресурс] URL www.bstudy.net. (Дата обращения 14.03.2024).
6. Игорь Жуков. «Идеальный выстрел – это просто!» - Москва. Издание «Издательство книг ком». 2023, 416 с
7. Композиция законов распределения. / [Электронный ресурс] URL <https://studfile.net> (Дата обращения 14.03.2024).
8. Математическая статистика [Электронный ресурс] URL <https://ru.wikipedia.org/wiki> (Дата обращения 14.03.2024).
9. Наставление по стрелковому делу. Основы стрельбы из стрелкового оружия. -М.: Военное издательство, 1984–177 с. 11.
10. Нормальное распределение. [Электронный ресурс] URL <https://ru.wikipedia.org/wiki> (Дата обращения 14.03.2024).
11. Обобщенное распределение экстремальных значений [Электронный ресурс] URL <https://wikipedia.ru> (Дата обращения 14.03.2024).
12. Связь полярных координат с прямоугольными // Matematicus.ru. [Электронный ресурс] URL www.matematicus.ru. (Дата обращения: 14.03.2024).
13. Статистические оценки параметров генеральной совокупности //Высшая математика для заочников и не только. [Электронный ресурс] URL http://mathprofi.ru/matematiceskaya_statistika.html. (Дата обращения: 14.03.2024).
14. Функция случайных величин. [Электронный ресурс] URL <https://studme.org> (Дата обращения 14.03.2024).
15. Ballistipedia.com [Электронный ресурс] URL <https://ballistipedia.com> (Дата обращения 14.03.2024).
16. Ballistic Accuracy Classification [Электронный ресурс] URL <https://ballistipedia.com> (Дата обращения 14.03.2024).

**ПРИМЕНЕНИЕ МАГНИТОДИНАМИЧЕСКОГО МЕТОДА ДИАГНОСТИКИ
В АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ С КОРОТКОЗАМКНУТЫМ РОТОРОМ
ДЛЯ РАННЕГО ОБНАРУЖЕНИЯ ПОДШИПНИКОВЫХ ДЕФЕКТОВ**

Хамидов Отабек Рустамович

*д-р техн. наук, профессор,
Ташкентский Государственный Транспортный Университет,
Республика Узбекистан, г. Ташкент
E-mail: otabek.rustamovich@yandex.ru*

Вахидов Мираброр Хусан угли

*преподаватель,
Ташкентский государственный транспортный университет,
Республика Узбекистан, г. Ташкент
E-mail: mirabrorvokhidov1995@gmail.com*

**APPLICATION OF MAGNETODYNAMIC DIAGNOSTIC METHOD
IN ASYNCHRONOUS MOTORS WITH SQUIRREL-CAGE ROTOR FOR EARLY DETECTION
OF BEARING DEFECTS**

Otabek Khamidov

*Dr. Tech. sciences, professor,
Tashkent State Transport University,
Republic of Uzbekistan, Tashkent*

Mirabror Vakhidov

*Teacher,
Tashkent State Transport University,
Republic of Uzbekistan, Tashkent*

АННОТАЦИЯ

Магнитодинамический метод диагностики (ММД) представляет собой эффективный метод для раннего выявления дефектов подшипников в асинхронных двигателях с короткозамкнутым ротором. В данной статье рассматриваются принципы и преимущества применения ММД в контексте тяговых электрических двигателей. Основное внимание уделяется возможностям обнаружения подшипниковых дефектов на ранних стадиях, что позволяет предотвратить серьезные повреждения и снижение эффективности работы электродвигателя.

ABSTRACT

Magnetodynamic diagnostic method (MDM) is an effective method for early detection of bearing defects in squirrel cage induction motors. This article discusses the principles and advantages of using MDM in the context of electric traction motors. The focus is on the ability to detect bearing defects at an early stage, thereby preventing serious damage and reduced motor performance.

Ключевые слова: диагностики, дефекты, асинхронные двигатели, повреждения подшипников, эффективность работы, техническое обслуживание.

Keywords: diagnostics, defects, induction motors, bearing damage, operating efficiency, maintenance.

Введение

Асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором являются ключевым элементом в различных промышленных приложениях, включая транспорт, производство и энергетику. Однако, одной из распространенных проблем в их эксплуатации являются дефекты подшипников, которые могут привести к существенному снижению производительности

и даже к поломке оборудования. ММД - это метод диагностики, основанный на анализе изменений магнитного поля в воздушном зазоре двигателя. С помощью ММД можно обнаруживать изменения в магнитном поле, вызванные дефектами подшипника, такими как износ, трещины или появление посторонних частиц.

Методология исследование

Раннее обнаружение дефектов по ММД позволяет выявлять дефекты на ранних стадиях развития, даже до того, как они станут заметными вибрационными сигналами или шумом. ММД не требует прекращения работы оборудования, и его можно использовать в режиме реального времени, что обеспечивает непрерывный мониторинг состояния подшипника. Магнитодинамические датчики обладают высокой чувствительностью к изменениям в магнитном поле, что обеспечивает точное обнаружение даже мельчайших дефектов. Для диагностики подшипников необходимо рассмотреть из общих типов неисправности:

Общий износ — это процесс постепенного изнашивания, который происходит в результате многократных циклов нагрузок и вращения. Этот тип износа может быть вызван различными факторами и проявляется общим уменьшением размеров подшипника, изменением формы его элементов и появлением мелких поверхностных дефектов. Вот несколько характерных признаков общего износа подшипника:

Выделение металла или сплюсывание, в подшипнике представляет собой форму неисправности, при которой материал подшипника под действием высоких нагрузок выдавливается или сдавливается в результате деформации. Это явление может привести к ухудшению состояния подшипника и его неспособности обеспечивать эффективную поддержку вращающемуся валу.

Трещины в подшипнике могут представлять серьезную угрозу для его надежной работы. Трещины могут возникнуть из-за различных факторов, таких как циклические нагрузки, утомление материала, коррозия или другие стрессовые воздействия.

Осевой люфт – Нестабильное положение вала в подшипнике в направлении оси. **Радиальный люфт** – дополнительный зазор между внутренним и внешним кольцами подшипника.

Смещение подшипника может произойти из-за различных факторов и может привести к серьезным проблемам с работой механизма. Это состояние может возникнуть в результате ошибок в процессе монтажа, прогиба вала, износа подшипника, повреждений вала, или других неисправностей.

Деформация подшипника может возникнуть из-за различных факторов, таких как избыточные нагрузки, воздействие высоких температур, удары или вибрации. Деформация подшипника может привести к серьезным проблемам с работой механизма и требует внимательного внимания.

Загрязнение подшипника — это состояние, при котором внутрь подшипника попадают частицы твердых веществ, такие как пыль, грязь, металлические осколки и другие посторонние материалы. Это может быть вызвано различными факторами, включая окружающую среду, условия эксплуатации, недостаточную защиту или неполадки в системе смазки. Загрязнение подшипника может привести к различным проблемам и повреждениям.

Недостаточная смазка подшипника может привести к серьезным проблемам и даже к выходу из строя оборудования. Смазка выполняет ряд важных функций, включая уменьшение трения, охлаждение, защиту от коррозии и смягчение ударов. Если подшипник не получает достаточного количества смазки или смазка не соответствует требованиям, это может вызвать различные негативные последствия.

Коррозия подшипника — это процесс разрушения металлической поверхности подшипника под воздействием окружающей среды, как правило, из-за воздействия влаги или агрессивных химических веществ. Коррозия может привести к уменьшению прочности и износу материала подшипника, что в конечном итоге может привести к сбоям в работе механизма.

Магнитодинамический метод диагностики подшипников основан на анализе изменений в магнитном поле, генерируемом в процессе вращения статорный магнитный поле. Этот метод может эффективно выявлять различные типы неисправностей, такие как износ, деформация, трещины и недостаточная смазка. Для проведения исследования датчики магнитного поля устанавливаются вблизи или в воздушном зазоре электрических двигателей для регистрации изменений в магнитном поле. Проводится измерение магнитного поля при нормальных условиях работы. Частота вращения увеличивается постепенно до заданного предела. В каждый момент времени фиксируются параметры магнитного поля. Полученные данные подвергаются анализу для выявления характерных изменений в магнитном поле. Используются математические модели для оценки параметров, связанных с неисправностями. Изменения амплитуды и частоты магнитного поля используются для оценки степени износа подшипника. Используется модель, связывающая изменения параметров с величиной износа. Изменения в форме магнитного поля анализируются для выявления деформаций и трещин. Используются математические модели для интерпретации этих изменений. Изменения в частоте и амплитуде магнитного поля могут указывать на недостаточное смазывание. Математическая модель используется для корреляции данных с уровнем смазки. Результаты анализа подвергаются статистической обработке для повышения точности и достоверности диагностики.

Для разработки более детальной математической модели магнитодинамического метода диагностики подшипников, учитывающую изменения в магнитном поле в процессе вращения подшипника. Данная модель ориентирована на выявление неисправностей, таких как износ, деформация, трещины и недостаточная смазка.

Пусть $B(t)$ представляет собой магнитное поле в зависимости от времени t (регистрируемое датчиками вблизи воздушного зазора). Тогда, изменения в магнитном поле связаны с неисправностями следующим образом:

Модель износа

Изменения в магнитном поле, вызванные износом, могут быть описаны следующим уравнением:

$$B_{\text{износ}}(t) = k_1 \cdot N + k_2 \cdot N^2 \quad (1)$$

Здесь, N – количество оборотов вала, k_1 и k_2 – коэффициенты, характеризующие влияние износа на магнитное поле.

Модель деформаций и трещин

Изменения, связанные с деформациями и трещинами, могут быть представлены как:

$$B_{\text{деф}}(t) = k_3 \cdot F \quad (2)$$

где F – амплитуда изменений в магнитном поле, k_3 – коэффициент, характеризующий влияние деформаций.

Модель недостаточной смазки

Изменения, связанные с недостаточной смазкой, могут быть представлены как:

$$B_{\text{смазка}}(t) = k_4 \cdot (f + A) \quad (3)$$

где f – частота изменений в магнитном поле, A – амплитуда изменений, k_4 – коэффициент, характеризующий влияние недостаточной смазки.

Для расчета частоты изменения магнитного потока между статором и ротором асинхронного тягового двигателя при дефектных подшипниках, предположим, что изменения в магнитном поле связаны с вращением подшипника, а дефекты, такие как деформации или трещины, вызывают изменения в гармониках магнитного поля.

Представим магнитное поле в виде суммы гармоник:

$$B(t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \cos(2\pi n f_0 t + \phi_n) \quad (4)$$

где: $B(t)$ – магнитное поле в момент времени t ;

B_n – амплитуда n -ной гармоники;

f_0 – основная частота вращения подшипника;

ϕ_n – фаза n -ной гармоники.

Теперь предположим, что подшипник поврежден, и это вызывает изменение в амплитуде или фазе гармоник. Давайте добавим параметр α , который будет представлять величину дефекта. Тогда, амплитуда и фаза n -ной гармоники после воздействия дефекта будут изменяться следующим образом:

$$B_n = B_{n0} \cdot (1 - \alpha) \phi_n = \phi_{n0} + \alpha \quad (5)$$

где: B_{n0} – амплитуда n -ной гармоники до воздействия дефекта,

ϕ_{n0} – фаза n -ной гармоники до воздействия дефекта,

α – величина дефекта (от 0 до 1).

Частота изменения магнитного потока (f) связана с частотой вращения подшипника (f_0) и изменениями в гармониках. Предположим, что главная частота

изменений в магнитном поле будет соответствовать частоте вращения подшипника (f_0), и остальные частоты будут кратны ей.

$$f = f_0 \quad (6)$$

Таким образом, при дефектах в подшипнике ожидается появление дополнительных частотных составляющих, которые могут быть обнаружены анализом спектра магнитного поля. Фактор дефекта (α) будет влиять на амплитуды и фазы гармоник, а их изменения будут приводить к появлению новых частотных компонент.

Магнитный поток (Φ) между статором и ротором в асинхронном тяговом двигателе может быть рассчитан с использованием формулы, которая связывает напряженность магнитного поля (H), площадь сечения (A) и магнитную индукцию (B):

$$\Phi = B \cdot A \quad (7)$$

Однако в асинхронных двигателях, основные магнитные поля генерируются статором и проникают в ротор. Индукция в роторе зависит от реактивного сопротивления и реактивной мощности, а также от параметров двигателя.

Более конкретная формула может быть представлена в контексте теории электромагнитных полей и уравнений Максвелла. Для асинхронных двигателей используется методика расчета на основе уравнений взаимодействия магнитных полей статора и ротора. Уравнения сложны и могут включать в себя параметры, такие как геометрия обмоток, число витков, токи статора и ротора, а также магнитные характеристики материалов.

Общая формула для магнитного потока может иметь вид:

$$\Phi = \frac{V}{4.44 \cdot f \cdot N \cdot k_w \cdot k_s} \quad (8)$$

где: V – напряжение обмотки статора;

f – частота вращения ротора;

N – число витков обмотки статора;

k_w – коэффициент обмотки;

k_s – коэффициент синуса.

Экспериментальные результаты

Магнитодинамический метод диагностики использует изменения магнитного поля в механической системе, вызванные дефектами или неисправностями. В случае подшипниковых дефектов в асинхронных двигателях с короткозамкнутым ротором, такой метод может быть эффективным для раннего обнаружения проблем.

Принцип работы магнитодинамического метода может включать использование тесламетра (также известного как магнитометр) для измерения изменений магнитного поля, вызванных вращением подшипников и другими механическими дефектами. Эти изменения могут проявляться в виде характерных колебаний или частотных составляющих сигнала.

Система мониторинга может быть реализована с использованием Arduino или других микроконтроллеров для сбора данных с тесламетра, обработки их и

вывода результатов на LED-индикаторы, LCD-экраны или другие устройства отображения рис 1.

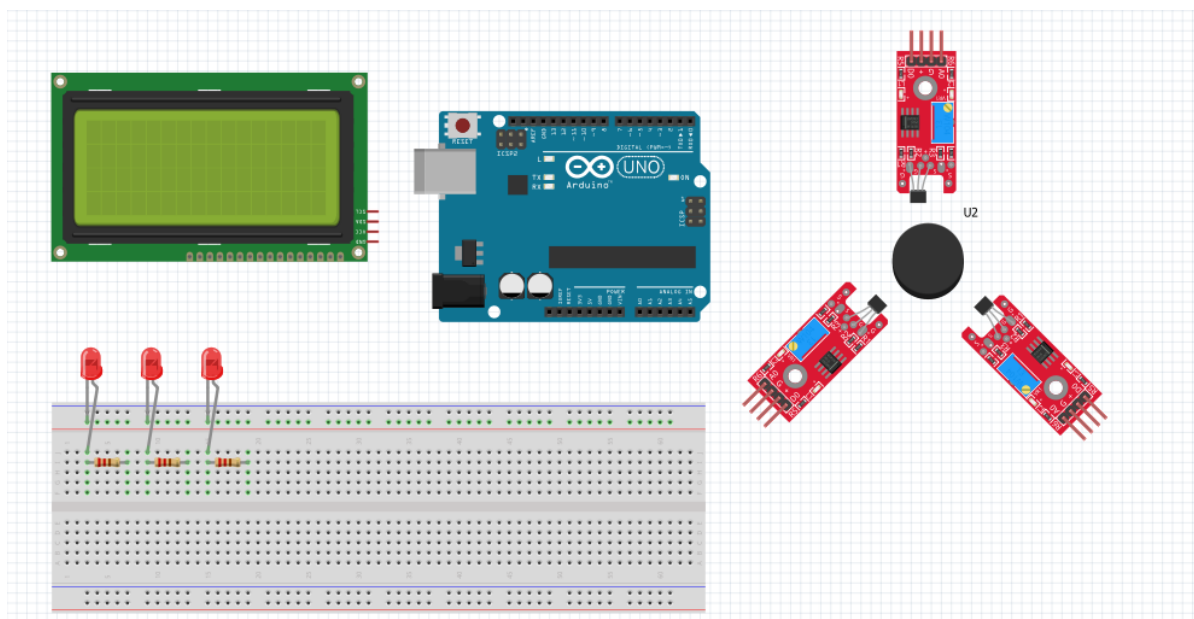


Рисунок 1. Виртуальная среда измерительного прибора для ММД

Экспериментальные результаты и исследования, проведенные с использованием такого подхода, могут демонстрировать эффективность метода для раннего обнаружения подшипниковых дефектов, а также оптимальные способы интерпретации и анализа полученных данных. Результаты могут включать информацию о чувствительности метода, его способности различать разные типы дефектов и его применимости в различных условиях эксплуатации.

Заключение

Применение магнитодинамической диагностики в асинхронных двигателях с короткозамкнутым ротором является эффективным средством раннего выявления подшипниковых дефектов. Этот метод обеспечивает высокую чувствительность и неинвазивность, что позволяет предотвращать серьезные повреждения оборудования и обеспечивать его надежную работу.

Список литературы:

1. B.V. Jayawant, P.K. Kulkarni, A.K. Wankhede, "Vibration Analysis of Induction Motors for the Detection of Rotor Cage Faults," *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, Vol. 3, Issue 2, February 2014.
2. P. Pillay, R. Krishnan, "Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives, Part I: The permanent-magnet synchronous motor drive," *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 25, No. 2, pp. 265-273, March/April 1989.
3. E.H. Maslen, "Nondestructive Evaluation of Rotating Electrical Machines Using Magnetic Methods," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 56, No. 12, December 2009.
4. В.В. Смирнов, "Применение магнитодинамического метода диагностики для раннего обнаружения подшипниковых дефектов в асинхронных двигателях", в журнале "Техническая диагностика и неразрушающий контроль", № 3, 2016 г.
5. А.А. Петров, В.И. Соколов, "Магнитодинамический метод диагностики асинхронных двигателей в условиях промышленной эксплуатации", в журнале "Электротехника и электроэнергетика", № 6, 2018 г.
6. Е.Н. Иванов, "Оценка эффективности применения магнитодинамического метода для диагностики подшипниковых дефектов в асинхронных двигателях", в журнале "Техническая диагностика и неразрушающий контроль", № 2, 2020 г.
7. В.А. Григорьев, А.В. Лебедев, "Магнитодинамический метод диагностики асинхронных двигателей с использованием цифровых технологий", в журнале "Электротехнические системы и комплексы", № 4, 2019 г.
8. В.В. Панков, "Электрические машины: Учебное пособие", Москва: Издательство МЭИ, 2007.
9. А.Н. Лаптев, "Асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором: Учебное пособие", Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016.
10. С.В. Кобылянский, "Электрические машины: Учебник", Москва: Высшая школа, 2003.

ВЛИЯНИЕ ОХЛАЖДЕНИЯ В РАСТВОРЕ ПОЛИМЕРА НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЫСОКОМАРГАНЦОВИТОЙ СТАЛИ

Эргашев Махмуд

*ст. преподаватель,
Алмалыкский филиал
Ташкентского Государственного технического университета им. Ислама Каримова,
Республика Узбекистан, г. Алмалык
E-mail: abduaziz0594@gmail.com*

Садуллаев Зарип Шарифович

*ст. преподаватель,
Алмалыкский филиал
Ташкентского Государственного технического университета им. Ислама Каримова,
Республика Узбекистан, г. Алмалык*

Хожибекова Шохиди Миродиловна

*ассистент,
Алмалыкский филиал
Ташкентского Государственного технического университета им. Ислама Каримова,
Республика Узбекистан, г. Алмалык*

EFFECT OF COOLING IN A POLYMER SOLUTION ON THE MECHANICAL PROPERTIES OF HIGH-MANGANESE STEEL

Makhmud Ergashev

*Senior tutor,
Almalyk branch
Tashkent State Technical University named after Islam Karimov,
Republic of Uzbekistan, Almalyk*

Zarip Sadullaev

*Senior tutor,
Almalyk branch
Tashkent State Technical University named after Islam Karimov,
Republic of Uzbekistan, Almalyk*

Shokhida Khozhibekova

*Assistant,
Almalyk branch
Tashkent State Technical University named after Islam Karimov,
Republic of Uzbekistan, Almalyk*

АННОТАЦИЯ

В статье приведены результаты экспериментов по термической обработке стали 110Г13 в среде водного раствора натриевой соли карбоксиметилцеллюлозы. Выявлены возможности регулирования охлаждающей способности водного раствора в температурном интервале структурных превращений для улучшения механических свойств стали 110Г13Л. Охлаждение в среде водного раствора полимера за счёт «саморегулирования» охлаждающей способности позволяет повысить пластичность, уменьшает величину зерен, способствует получению гомогенной, аустенитной структуры.

ABSTRACT

The article presents the results of experiments on the heat treatment of 110Г13 steel in an aqueous solution of sodium carboxymethylcellulose. The possibilities of regulating the cooling capacity of an aqueous solution in the temperature range of structural transformations to improve the mechanical properties of 110Г13L steel have been identified. Cooling in an aqueous polymer solution, due to "self-regulation" of the cooling ability, increases plasticity, reduces the grain size, and helps obtain a homogeneous, austenitic structure.

Ключевые слова: термическая обработка, сталь, охлаждающая способность, охлаждающая среда, скорость охлаждения.

Keywords: heat treatment, steel, cooling capacity, cooling medium, cooling rate.

Повышение качества металлопродукции является одним из основных направлений обеспечения долговечности и надежности работы деталей и узлов технологического и другого вида оборудований. Получение необходимых эксплуатационных свойств напрямую зависит от стабильности механических свойств металлопродукции, а для металлов, используемых для изготовления сварочных конструкций – еще и от гарантированного химического состава.

Для деталей, работающих в условиях абразивного износа применяются высокомарганцовистые стали аустенитного класса 110Г13Л и её модификации.

Сталь 110Г13Л по износостойкости, устойчивости к статическим и динамическим нагрузкам имеет превосходство по сравнению с другими металлами, используемыми для изготовления деталей горнорудного оборудования. В то же время сталь имеет высокую чувствительность к условиям плавки, содержанию С, Si, S в составе отливки, способу легирования для образования карбидообразующих элементов, модифицирования. Обеспечение стабильного состава и механических свойств стали согласно ГОСТ 977-88, ГОСТ21357-88 является сложной задачей при получении отливок для изготовления деталей. В целях оптимизации структуры, механических и технологических свойств стали 110Г13Л проводятся исследования новых её модификаций легированием Ni, Mo, применением модификаторов из редкоземельных элементов.

Высокие механические и технологические свойства обеспечиваются термообработкой вышеуказанных видов стали, где результатом является полученная

гомогенная структура без карбидных включений и силикатов. По ГОСТ 977-88 стандартная температура закалки составляет 1050–1100 °С независимо от химического состава стали. Предельные значения элементов состава аустенитных сталей имеют значительные различия. Карбиды, образующиеся при термообработке по стандартному режиму в зависимости от содержания углерода, содержат менее 6,67 % углерода и не растворяются при термообработке.

Исследованиями с применением множественного корреляционного анализа зависимости механических свойств от химического состава стали 110Г13Л выявлено, что увеличение содержания углерода способствует росту σ_b , σ_T , снижает относительное сужение и ударную вязкость. В то же время увеличение содержания марганца приводит к росту показателей механических свойств, увеличение содержания кремния приводит к обратному эффекту [1].

При увеличении содержания марганца происходит растворение атомов марганца в аустенитной матрице, кремний же образует карбиды за счет вытеснения углерода на границы зерен, количество силикатов возрастает [1; 2].

В горнодобывающей отрасли кроме экскаваторов, бульдозеров, автомобилей для транспортировки руды широко используется железнодорожный транспорт, где к материалам для изготовления деталей предъявляются особые требования. Для изготовления железнодорожных крестовин ГОСТ7376-86 регламентирует следующий состав высокомарганцовистой стали аустенитного класса:

Таблица 1.

Состав высокомарганцовистой стали аустенитного класса

C, %	Mn, %	Si, %	P, %	S, %
1,00-1,30	11,50-16,50	0,3-0,9	< 0,09	< 0,020

Согласно ГОСТ7376-86 в зависимости от механических свойств высокомарганцовистой стали для

отливок определены группы по наименьшему из показателей механических свойств в таблице 2.

Таблица 2.

Показатели групп механических свойств высокомарганцовистой стали для отливок

Параметры	σ_b , МПа	σ_T , МПа	δ_5 , %	Ψ , %	KCU, кгСм/мм ²
I группа	≥883	≥353	≥30,1	≥27,1	25,1...20
II группа	883...780	≥353	30,1...25	27,1...22	25,1...20
III группа	780-690	≥353	25...16	22...16	20,...16,5

При подобных значениях разброса химического состава и механических свойств получение литейных заготовок из высокомарганцовистой стали с гарантированным комплексом свойств представляет собой довольно сложную задачу.

Установлено, что даже небольшие отклонения содержания различных компонентов в пределах этих значений влияют по-разному на конструктивные и технологические показатели стали. В расплавленном металле взаимодействие компонентов может

способствовать к возникновению различных включений в структуре металла. Отклонения от среднего уровня содержания химических элементов наблюдается в различных плавках, разброс предельных значений приводит к изменению состава, структуры металла, к невозможности получения металлоизделия с необходимыми или гарантированными свойствами [1; 2; 3].

Наиболее доступными способами повышения износостойкости, конструкционной прочности является уменьшение разброса процентного соотношения содержания при подготовке шихты, модифицирование и выбор оптимального режима термической обработки. Для термообработки предложены различные способы и составы охлаждающих жидкостей, ступенчатая закалка и др. Влияние термической обработки на механические и другие свойства сталей исследованы в работе [2].

Охлаждение водой и индустриальными маслами для закалки все еще находит широкое применение при термической обработке деталей, изготовленных из различных марок конструкционных сталей, в том числе и высокомарганцовистых сталей. Охлаждающие способности этих сред изучены достаточно в полном объеме. Известно так же, что имеются различия в охлаждающих способностях сред. Вода обеспечивает более высокую скорость охлаждения в интервале температур мартенситного превращения, что может привести к деформации деталей, к появлению трещин. Масло имеет максимальную скорость охлаждения при температуре близкой к 250 °С, что повышает вероятность развития перлитного превращения, которое является нежелательной структурой для многих конструкционных сталей.

Машиностроительная и обрабатывающие отрасли освоили и осваивают также новые охлаждающие жидкости на основе полимеров, поверхностно-активных веществ. Ведутся так же исследования по улучшению качества закалочных масел, широко применяемых до сегодняшнего дня из-за доступности как материалов, так и по доступности технологии.

Исследования в области охлаждающих жидкостей ведутся в двух направлениях – разработка технологических охлаждающих жидкостей, имеющих скорость охлаждения в промежутке между скоростями охлаждения в масле и воде; решение вопросов, связанных с экономикой, экологией и способами регенерации при использовании масла.

Промышленные предприятия при термической обработке в качестве охлаждающих жидкостей применяют также водные растворы полимеров: железосодержащая полиакриловая кислота (ПК-2),

водный полиакриламида (ПАА), карбоксиметилцеллюлозы (Na-КМЦ) с различными добавками, моносulfатного черного щелока (МСЦ), «Thermisol» и «Aquatensid» в различных концентрациях и другие.

При проведении экспериментов по закалке литых заготовок из стали 110Г13Л в качестве охлаждающей жидкости применяли 2 % водный раствор карбоксиметилцеллюлозы с добавлением буры 1,8 % [3].

Водный раствор полимера карбоксиметилцеллюлозы по охлаждающим свойствам занимает промежуточное положение между охлаждением водой и маслом. Выбор охлаждающей жидкости обосновывается доступностью и дешевизной компонентов, технологии изготовления раствора. Охлаждающую способность оценивали по величине зерна в различных частях литой заготовки.

В температурном интервале кристаллизации на микроструктуру стали существенно влияет степень переохлаждения. Уменьшение или увеличение степени переохлаждения в свою очередь связано с изменением скорости охлаждения. При низкой скорости охлаждения и соответственно степени переохлаждения в единицу времени образуются малое количество центров кристаллизации, скорость роста зародышей будет высокой. При скоростях охлаждения 5 °С/с происходит увеличение объемных размеров отдельных зерен, что повышает хрупкость. Повышение же скорости охлаждения 10 °С/с и более способствует к увеличению неравномерности микроструктуры.

Водный раствор карбоксиметилцеллюлозы имеет различные скорости охлаждения в температурных интервалах структурных превращений. Основной характеристикой охлаждающих жидкостей является охлаждающая способность. Методика определения охлаждающих жидкостей установлена стандартом ASTM D6200. Охлаждающая способность среды определяется анализом кривых охлаждения, полученных регистрацией температуры по времени в центре термозонда диаметром 12,5 мм. К основным характеристикам охлаждающих жидкостей относятся:

- максимальная скорость охлаждения, V_{max} ;
- температура, при которой достигается V_{max} ;
- скорость охлаждения в интервале температур 700–500 °С;
- скорость охлаждения при температуре 300 °С;
- время охлаждения до 600 °С;
- время охлаждения до 400 °С;
- время охлаждения до 200 °С;

Основные характеристики водного раствора полимера Na-КМЦ и кривой охлаждения показаны в таблице 3 и на рисунке 1.

Таблица 3.

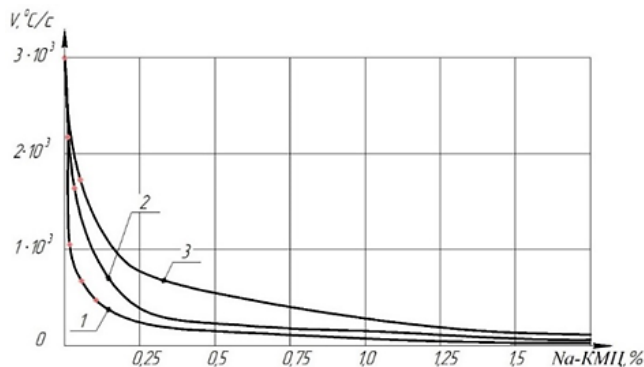
Основные характеристики водного раствора полимера Na-КМЦ и кривой охлаждения

Среда	Показатели				
	Условная вязкость, <i>стокс</i>	Удельный вес, г/см ³	Водородный показатель, pH	Скорость охлаждения, К/с	Интервал температур, °С
Na-КМЦ	15	1,009	7,9	$V_{S1}=5,3$ $V_{S2}=1,8$	650–500 300–100

Физический процесс регулирования скорости охлаждения водным раствором полимера происходит в следующей последовательности: под воздействием охлаждающей жидкости поверхность заготовки мгновенно остывает до температуры кипения раствора. Образуется паровая рубашка, которая постепенно

удаляется водным раствором полимера. Фронт теплоотвода начинает перемещаться в глубь заготовки.

При этом скорость перемещения фронта теплоотвода на различных участках заготовки в зависимости от геометрических размеров будет отличаться по объему заготовки.



1- в области мартемситного превращения, 2- в области промежуточного превращения, 3- в области перлитного превращения

Рисунок 1. Зависимость средней скорости охлаждения от % содержания полимера Na – KMЦ

В общем случае скорость перемещения фронта теплоотвода определяется соотношением критериев Фурье и Био.

Максимальная скорость или необходимая скорость охлаждения в центре заготовки достигается при установлении регулярного теплового режима. Регулярный тепловой режим в зависимости от формы изделия достигается при Fo=0,2-0,3.

Охлаждение перемешиванием охлаждающей жидкости с определенным первоначальным расходом продолжается до получения максимальных скоростей теплоотвода в наиболее удаленных от поверхности заготовки участках (в центре), когда близко к завершению необходимо структурное превращение.

Время охлаждения, т.е. критическое время охлаждения, можно определить из условия достижения в центре заготовки регулярного теплообмена.

Для цилиндрических деталей радиусом R и для плоских деталей толщиной δ критерий Фурье можно определить из соотношений:

$$F_o = \frac{\alpha \cdot \tau_{кр}}{R^2} = 0,2 \text{ для цилиндрических деталей;}$$

$$F_o = \frac{\alpha \cdot \tau_{кр}}{\delta^2} = 0,3 \text{ для плоских деталей,}$$

где $\tau_{кр}$ – критическое время охлаждения;

α – коэффициент теплопроводности стали.

Во многих случаях, за исключением деталей большой массы, величина $\tau_{кр}$ составляет ориентировочно 20÷25 % от общего времени охлаждения детали.

Термообработка литых заготовок из стали 110Г13Л проводилась в среде водного раствора карбоксил-метилцеллюлозы при температуре 1050–1100 °С,

что соответствует стандартной температуре термической обработки для высокомарганцовистых сталей.

Существенным преимуществом при регулировании скорости охлаждения в растворе полимера Na–KMЦ является изменение растворимости полимерного соединения в воде при изменении температуры раствора. Изменение растворимости приводит к изменению вязкости и теплофизических свойств раствора.

Процесс закалки в растворе полимера сопровождается тремя характерными стадиями охлаждения:

- образование паровой рубашки;
- кипения раствора;
- конвекционного теплообмена.

В начальном этапе охлаждения, когда заготовка погружается в раствор – повышается его температура. Растворимость полимера уменьшается и на поверхности закаливаемой детали образуется пленка полимера. Пленка образуется по всей поверхности детали, погружаемой в охлаждающий раствор. Толщина пленки при этом зависит от температуры отдельных участков детали. Участки, имеющие небольшую толщину, охлаждаются быстрее. Образовавшаяся пленка обладает охлаждающими свойствами, отличными по сравнению с охлаждением водой. Пленка полимера повышает равномерность скорости охлаждения за счет её уменьшения на участках, где образовалась пленка большей толщины.

Термообработка литой заготовки была произведена при температуре 1050–1100 °С, что соответствует стандартной температуре термической обработки для высокомарганцовистых сталей. Химического состава металла определяли с использованием эмиссионного спектрометра. Химический состав металла заготовки приведен в таблице 4.

Таблица 4.

Химический состав металла заготовки

	C	Mn	Si	P	Cr	Ni
ГОСТ 977-88	0,9–1,5	11,5–15,0	0,30–1,00	0,120	Не более 1	Не более 1
Образец	1,15	12,8	0,49	0,04	0,52	0,2

Для оценки влияния охлаждающей способности водного раствора полимера на механические характеристики металла были проведены соответствующие механические испытания.

Твердость образца измеряли методом Бринеля согласно ГОСТ 9012–59, диаметр индентора 10 мм,

нагрузка 3000кГс, время выдержки под нагрузкой 15 с. Замеры производились в разных точках образца.

Образцы на ударную вязкость имели U образный надрез. Испытания проводились согласно ГОСТ 9454–78. Результаты механических испытаний показаны в таблице 5.

Таблица 5.

Результаты механических испытаний

	Число твердости, НВ	Ударная вязкость, Дж/см²
Требования по ГОСТ	186–230	260–350
Образец	192	307

В вышеприведенной таблице указаны средние значения измеренных величин.

Начальная температура раствора варьировалась в пределах от 20 °С до 50 °С. Исследованием микроструктуры было выявлено, что при начальной температуре раствора (50 °С) величина зерна после закалки практически одинаковая на различных участках заготовки и соответствует баллу 2, по 5-ти бальной системе, принятой в производстве. Избыточные карбиды распространены по границам зерен равномерно, структура гомогенная, аустенитная.

Было установлено также, что наиболее оптимальная структура формируется при начальной температуре раствора 50 °С и скорости охлаждения в интервале 4÷4,8 °С/с. Медленное или быстрое охлаждение вышеуказанных значений приводит к неоднородности зерен за счет увеличения отдельных зерен в первом случае или же к росту всех зерен во втором случае. Такие явления ухудшают отдельные механические свойства отливок. При высоких скоростях охлаждения (более 20 °С/с) увеличивается неравномерность структуры, скорость зарождения центров кристаллизации преобладает над ростом зерен аустенита.

Изменением концентрации раствора и скорости перемешивания появляется возможность регулирования скорости охлаждения и его охлаждающих свойств. При охлаждении в среде водного раствора карбоксиметилцеллюлозы получается структура с единичным количеством карбидов небольшого размера, что позволяет обеспечить оптимальное сочетание твердости и ударной вязкости, практически для каждого состава стали и геометрических размеров детали подобрать концентрацию раствора, обеспечивающего оптимальные механические свойства за счет улучшения прокаливаемости.

Выводы

1. Механические свойства стали 110Г13Л можно улучшить выбором оптимального режима термообработки и скорости охлаждения в интервале формирования микроструктуры.

2. Применение водного раствора карбоксиметилцеллюлозы способствует получению гомогенной аустенитной структуры за счет обеспечения равномерной теплоотдачи при изменении скорости охлаждения.

Список литературы:

1. Большаков В.И. Юшкевич О.П. Определение и сравнения уровней вклада химических компонентов в комплекс механических свойств стали 110Г13Л // *Металлургическая и горнорудная промышленность: научно-технический и производственный журнал.* – № 6. – Дн-ск, 2013. – С.34–38.
2. Гарост А.И. Влияние технологических факторов на структуру и свойства отливок высокомарганцовистой стали // *Литье и металлургия.* – 2005. – № 1(33). – С. 126-131.
3. Эргашев М., Садуллаев З.Ш., Хожибекова Ш.М., Рауфов Л.М. Исследование влияния охлаждающей жидкости на основе водного раствора полимера на свойства марганцовистой стали // *Universum: Технические науки.* – 2023. – 4(109). – С. 27–32.

Научный журнал

**UNIVERSUM:
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ**

№ 4(121)
Апрель 2024

Часть 3

Свидетельство о регистрации СМИ: ЭЛ № ФС 77 – 54434 от 17.06.2013

Издательство «МЦНО»
123098, г. Москва, улица Маршала Василевского, дом 5, корпус 1, к. 74
E-mail: mail@7universum.com
www.7universum.com

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного
оригинал-макета в типографии «Allprint»
630004, г. Новосибирск, Вокзальная магистраль, 1
16+